



HAL
open science

Didactique des mathématiques dans l'enseignement supérieur: études de cas

Catherine-Marie Chiocca, Suzanna Murillo-Lopez

► **To cite this version:**

Catherine-Marie Chiocca, Suzanna Murillo-Lopez. Didactique des mathématiques dans l'enseignement supérieur: études de cas. Les Après-midi de LAIRDIL, 2010, Didactique des langues, didactique des sciences, 17, pp.89-104. hal-04050879

HAL Id: hal-04050879

<https://ut3-toulouseinp.hal.science/hal-04050879>

Submitted on 29 Mar 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Didactique des mathématiques dans l'enseignement supérieur: études de cas

Catherine-Marie Chiocca & Suzanna Murillo-Lopez
École Nationale de Formation Agronomique, Université de Toulouse

Nous remercions les organisatrices de ce séminaire pour leur invitation et en particulier Claire Chaplier.



Nous avons choisi d'exposer une partie d'un travail de recherche qui s'est déroulé entre 2005 et 2008 en région Midi-Pyrénées. En cheminant dans cette exposé nous évoquerons des concepts élaborés en didactique des mathématiques. Compte tenu du public du séminaire qui n'est pas complètement spécialiste de didactique des mathématiques, nous avons choisi une présentation relatant ce que nous avons fait et des éléments des analyses didactiques de nos observations avant d'exposer la méthodologie de la recherche et sa problématique. De même nous avons limité les références théoriques en didactique des mathématiques afin de centrer le propos sur les résultats de la recherche pour qu'ils constituent des pistes de transferts possibles pour les chercheurs¹ du LAIRDIL. Cependant, nous avons placé un glossaire (forcément incomplet), en fin de texte, pour préciser l'emploi de certains concepts didactiques tout en allégeant le corps du texte.

¹ L'utilisation du masculin dans le texte, conforme à l'usage, ne vise qu'à son allègement stylistique.

I - Ce que nous avons fait

Nous avons proposé à des professeurs “ordinaires” d’Institut Universitaire de Technologies (IUT) de faire faire à leurs étudiants deux exercices dont nous avons écrit les énoncés et qui ne faisaient pas partie des exercices que les professeurs avaient prévu de donner, des exercices exogènes à leurs préparations. Nous déclarons “ordinaire” un professeur qui n’a pas de lien avec la recherche en didactique des mathématiques, sauf celui qui consiste à accepter d’être observé (ou filmé) dans sa classe. N’est pas “ordinaire”, par exemple, un professeur qui fréquente l’Institut de Recherche pour l’Enseignement des Mathématiques (IREM).

Après avoir provoqué cette perturbation du système didactique, nous avons observé puis analysé ce qui se passait pendant la correction de ces exercices en classe. La correction de ces deux exercices devait se faire pendant des séances choisies par les professeurs. Elles ont toutes été précédées et suivies d’un entretien entre le professeur et une chercheuse en didactique des mathématiques. De plus, deux entretiens ont encadré l’ensemble du travail.

Le mot correction est polysémique; le dictionnaire présente trois sens principaux²: le premier renvoie à l’action de corriger avec une idée d’amélioration; le deuxième à la qualité de ce qui est correct au sens de conformité; et le troisième à l’action de réprimander, d’ôter les défauts. L’activité de correction des professeurs en classe et au-dehors peut prendre, selon le cas, l’un de ces trois sens. Cependant, nous avons centré le travail sur les pratiques en classe. Le mot “correction” fait référence à l’une des situations didactiques de classe, c’est-à-dire à une période de classe pendant laquelle l’enseignant a une intention didactique. Dans une telle situation, le mot correction est à prendre dans le sens d’une action avec l’idée d’amélioration.

Nous appelons “épisode de correction” la période de classe pendant laquelle le professeur déclare qu’il corrige. Un épisode de correction est délimité chronologiquement par les expressions, verbales ou non, du professeur signifiantes de “on corrige” et de “on passe à autre chose”.

Nous exposons ci-dessous les résultats de l’observation de Carlos et Marco, professeurs de mathématiques en IUT, pendant la correction des exercices exogènes qui a été réalisée en Travaux Dirigés (TD).

II - Ce que nous avons vu

Nous avons distingué dans nos observations ce qui relève du corrigé, du statut des connaissances, du discours d’accompagnement, et de l’activité privilégiée de l’enseignant. Nous avons centré nos observations sur les épisodes de correction collectives.

² REY, ALAIN (dir.). 2005. *Dictionnaire culturel en langue française*. Paris: Le Robert.

1. Corrigé

Nous réservons le mot “corrigé” à la trace écrite, la désignation visuelle à propos de l’exercice, à l’artefact résultant de choix plus ou moins conscients de l’enseignant. Il peut être produit “en direct”, au fil de la plume ou être déjà rédigé avant le T.D., c’est le cas d’une feuille photocopie qui serait distribuée aux étudiants. On sait que les notes prises en classe par les étudiants ne sont pas forcément fidèles à ce qu’écrit le professeur au tableau (Goody, 1977). Cependant on observe la production quasi-systématique d’un corrigé par la plupart des professeurs de mathématiques en France.

La production du corrigé s’observe selon plusieurs modalités répondant aux questions: qui a la responsabilité scientifique? La production du corrigé est-elle individuelle ou collective? Le corrigé est-il entier ou partiel?

La responsabilité scientifique est à la personne qui fait le travail et qui le valide. Par exemple, lorsque l’étudiant écrit au tableau et que l’enseignant intervient pour lui indiquer ce qu’il doit faire au fur et à mesure du corrigé, c’est-à-dire que l’étudiant sert de scribe, nous considérons que la responsabilité scientifique est au professeur, car c’est lui qui maîtrise le déroulement de la solution et le contenu du corrigé.

Soit toute la classe participe de manière plus ou moins active dans la production du corrigé, soit il est travaillé de manière individuelle. Cependant, il arrive parfois qu’une correction individuelle prenne un aspect collectif lorsque le professeur se met à s’adresser à toute la classe: par exemple par un regard, par un changement de ton, par un geste vers le tableau, etc.

Le corrigé peut contenir des éléments de solution ou être un modèle d’une solution choisie par le professeur. *La solution* est conçue comme tout le processus pour arriver à un résultat final. Pour les solutions, nous faisons une distinction entre *la solution modèle*, celle que développerait ce professeur-là s’il était élève dans cette classe-là, ce jour-là, dans une situation d’évaluation, compte tenu de la mémoire didactique de la classe; et *une solution mathématique*, correcte ou non, qui peut venir d’une méthode différente de celle que le professeur attendait, notamment dans un autre cadre mathématique (Douady, 1986).

Une solution mathématique, rédigée par un élève, un enseignant ou un chercheur, est une organisation des savoirs mathématiques permettant de résoudre la tâche. La solution modèle est complètement dépendante du “contexte” de la classe; elle inclut toujours une part de contrat didactique (Sensevy et Mercier 2007) et sert à fixer des éléments de ce contrat.

Le corrigé est entier lorsque le tableau est utilisé comme lieu de savoir (tout est écrit, parfois comme une solution modèle) et il est partiel lorsque le tableau est utilisé comme lieu de travail, intermédiaire (des parties sont évoquées seulement à l’oral).

Exemples

“... On va l'écrire au fur et à mesure; on va pas tout réécrire; donc mets-toi plutôt sur le tableau de droite, par exemple là où tu es; on partage le grand tableau en deux. Donc, tu pouvais laisser le $2x$ parce que c'est ce qu'on avait déjà calculé. (étudiant: Là?) Oui. Et qu'est-ce qui te manque maintenant? (étudiant: eh ça, cosinus de ...) Vas, écris-le sur la deuxième partie du tableau, sur le tableau à droite, là; (étudiant: là?) oui, là; cosinus de? ça c'est dans le cours, ça fait combien?...” (Marco; saison 1; épisode de correction 3; scène 9)

“... Donc, on avait dit: on applique la fonction sinus à gauche et à droite; mets-toi sur le tableau central, vas. Donc, ça nous fait sinus de ...essaye de parler en même temps, vas! [...] Oui, Pierre? (étudiant: sinus de...) c'est à lui que tu poses les questions! ...” (Carlos; saison 1; épisode de correction 3; scène 2)

Pour le corrigé, Carlos garde en général la responsabilité scientifique sauf lorsqu'il en laisse une partie à un étudiant qui va écrire une solution au tableau (cf. épisode 2, saison 2). À d'autres occasions les étudiants travaillent individuellement puis Carlos garde la craie et développe pour l'ensemble de la classe sa solution.

Marco conserve lui aussi la charge de la responsabilité scientifique. Il semble en laisser une partie aux étudiants lorsqu'ils vont au tableau écrire la solution, mais il dirige toujours l'avancée de la correction. La trace écrite qui reste au tableau est seulement le corrigé apporté par les étudiants, même si l'enseignant est beaucoup intervenu lors de cette rédaction. Il y a des moments courts où il laisse l'étudiant répondre à des questions de ses camarades, mais d'autres où il indique ce que l'étudiant doit écrire et dans quelle partie du tableau. Dans quelques épisodes le corrigé est partiel ou absent. Toutes les propositions de méthodes possibles de résolution sont évoquées.

Carlos laisse la responsabilité du corrigé à un étudiant.

Marco envoie toujours des personnes au tableau mais, surtout, Marco garde une forte influence sur ce qui sera écrit. Marco va reprendre tout le corrigé écrit par les deux étudiants qui sont passés au tableau pour écrire lui-même celui qui sera jugé complet.

Pour Marco, comme pour Carlos, le corrigé est développé en entier et écrit au fur et à mesure, au fil de la plume.

2. Statut des connaissances

Les tâches mathématiques que nous avons proposées pouvaient être résolues à trois niveaux (Robert & Rogalski, 2002) différents, décrits ci-dessous, selon la manière dont les professeurs reformulaient ou non les énoncés.

Le niveau “technique” qui correspond “à des mises en fonctionnement indiquées, isolées, mettant en jeu des applications immédiates de théorèmes, propriétés, définitions, formules, etc. C'est un niveau de contextualisations simples, locales, sans étapes, sans travail préliminaire de reconnaissance, sans adaptations. Cela concerne plutôt le fonctionnement des outils (y compris des définitions)”.

Exemple

“... Au passage, tant que vous êtes là, **d’après une formule vue en cours, ceci est égal à?** ... [Le professeur écrit] ... [Il fait des gestes de pêche] *C’est de la pêche au gros, et pourquoi? Et vous distinguez ça sûrement de logarithme de?* ... x au carré [il écrit], *qui n’a strictement rien à voir avec ça, hein? D’après la formule du cours, ceci est égal à \ln de x fois \ln de x , point final, d’accord?* [il fait une croix sur ce qui est déjà écrit]. ...” (Pedro Ly; saison 1; épisode de correction 3; scène 17)

Le niveau “mobilisable” correspond “à des mises en fonctionnement plus larges indiquées et dépassant l’application simple d’une propriété à la fois. [...] C’est un niveau qui demande d’adapter ses connaissances pour appliquer le théorème adéquat, changer de point de vue ou de cadre (avec indications) [...] Ce niveau teste une mise en fonctionnement où existe un début de juxtaposition de savoirs dans un domaine donné, voire d’organisation, il n’y a pas seulement application simple, les caractères outil et objet peuvent être concernés. Mais ce qui est en jeu est explicite. Autrement dit, un savoir est dit mobilisable si, lorsqu’il est bien identifié, il est bien utilisé par l’élève, même s’il y a eu lieu de s’adapter au contexte particulier” (Robert, 1991).

Exemple

“... **Il y en a une que tu devrais savoir tracer, laquelle?** Clément? (étudiant: $2 \arcsin x$); oui, oui. Tu sais la tracer $2 \arcsin x$? (étudiant: Alors, c’était... eh...) **Quel est son ensemble de définition à $2 \arcsin x$?** (étudiant: $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$); pourquoi? (étudiant: parce que \arcsin c’est $-1, 1$); et quand j’en ai 2? ... Alors? ... **Est-ce que le 2 intervient dans l’ensemble de définition?** ...” (Marco; saison 1; épisode de correction 4; scène 11)

Le niveau “disponible” correspond “au fait de savoir résoudre ce qui est proposé sans indications, d’aller rechercher soi-même dans ses connaissances ce qui peut intervenir. Par exemple pouvoir donner des contre-exemples (retrouver ou inventer), changer de cadres sans suggestion (mises en relation), appliquer des méthodes non prévues, participent à ce qui est repéré par ce niveau. [...] Ce niveau est lié à une familiarité importante, à la connaissance de situations de références variées” (Robert, 1991).

Exemple

“... **Et pour les deux autres?** (élève: Un changement de variable). Oui, **quel changement de variable?** [plusieurs étudiants font des propositions] *X égale? ...*” (Délia Ly; saison 1; épisode de correction 2; scène 7)

Pour Marco comme pour Carlos, le niveau “technique” est toujours présent. Carlos ne propose pas aux étudiants de tâche du niveau disponible. Il privilégie le niveau mobilisable. Marco présente le niveau technique et mobilisable de manière “équilibrée” et un peu moins le niveau disponible.

3. Discours d’accompagnement

Tout au long de la production du corrigé, pendant la correction, le professeur prononce des discours qui accompagnent le discours strictement

mathématique (Chiocca 1995). Ces discours d'accompagnement ont trois fonctions vis-à-vis de l'apprentissage des étudiants et, en général, ne sont pas anticipés par les professeurs. Ils correspondent souvent, pour les professeurs, à la part d'improvisation qu'ils laissent au déroulement de la classe.

Le discours de "communication" a pour but de réguler le fonctionnement du groupe. Par exemple, lorsque le professeur cherche à intéresser les étudiants et à les faire écouter, pas d'une manière passive (l'objectif serait alors seulement de les faire taire) mais plutôt en cherchant à ce qu'ils entendent le discours mathématique tenu, qu'ils en suivent le fil, voire qu'ils s'impliquent.

Exemple:

"oui, sinus de 2θ , (étudiant: 2θ , oui) [l'étudiant réfléchit pour la formule] tu ne t'es toujours pas décidé à l'apprendre par cœur, sinus 2θ ? Écris-moi à gauche, au-dessous du texte de l'exercice, sinus 2θ égale... formule ?" (Marco; épisode de correction 3; scène 2)

Le discours de "structuration" consiste à structurer les contenus mathématiques. Il apparaît dans le discours des professeurs lorsqu'ils donnent aux étudiants des points de référence pour créer des liens entre certains contenus, en faisant intervenir le temps ou la mémoire. Cette catégorie pourrait être associée à une intention de l'enseignant du type "faire retenir" ou "faire apprendre". Dans ce cas, le discours de structuration peut être très contextualisé par rapport à la présentation et à l'organisation des contenus d'un cours.

Exemple

"... Donc, on regarde dans les fonctions proposées, si par hasard une expression comme ça était proposée deux fois, avec des ensembles de définition différents, ce ne serait pas encore terminé. Mais étant donné qu'une expression comme ça est proposée qu'une seule fois, c'est la bonne. ..." (Carlos; épisode de correction 2; scène 5)

"... On s'en était servi la semaine dernière. (étudiant: Eh, 2 sinus θ cosinus θ ?) c'est ça, oui! Donc ça c'est ce qu'on utilise ici..." (Marco; épisode de correction 3; scène 2)

Le discours de "réflexion" a pour but de faire réfléchir les étudiants sur les contenus et les méthodes, par exemple la réutilisation des connaissances acquises. En employant le discours de réflexion, le professeur cherche à faciliter la compréhension de ses étudiants.

Exemple

"... À partir d'une valeur, si on applique une fonction et on compose avec sa fonction réciproque, on trouve la valeur de départ ..." (Carlos; saison 1; épisode de rappel; scène 1)

Si on vous avait posé la question "est-ce que la bonne fonction réciproque se trouve parmi les trois?" ça aurait été différent, hein? Mais là, pour revenir à la question, la question posée est "laquelle est la fonction réciproque" ça veut dire qu'on admet qu'elle y est effectivement et donc, on n'a pas besoin de faire plus que ça. ..." (Carlos; épisode de correction 2; scène 5)

“... *et de l'autre côté on a une expression du type?* (Marco; épisode de correction 3; scène 2)

Nous ne trouvons pas de différences remarquables entre les professeurs. Ils utilisent surtout des discours ayant un rôle de structuration des connaissances et un rôle de communication pour maintenir l'attention des étudiants ou gérer le déroulement de l'exercice. Les discours de réflexion sont assez rares.

Nous avons en général des corrections collectives, où l'enseignant est le responsable scientifique d'un corrigé écrit en entier au fur et à mesure; les tâches proposées demandent plutôt un niveau de mise en fonctionnement mobilisable ou technique; et le discours d'accompagnement joue surtout un rôle de structuration de connaissances.

4. Dimensions de l'activité privilégiées par l'enseignant

Pour Sensevy et Mercier (2007), l'activité des professeurs relève de trois dimensions relatives à l'action conjointe de l'enseignant et de ses élèves. Nous avons étendu ces dimensions à l'enseignement supérieur et aux étudiants. Les citations sont issues de leur ouvrage dont la référence est en bibliographie.

“La *topogénèse* focalise le regard sur ce que l'on pourrait désigner comme un système de rôles dans l'action conjointe, ou de places dans la relation” rôles par lesquels les élèves et l'enseignant assument la responsabilité qui leur correspond selon leur position dans l'interaction. Ainsi le professeur est censé accompagner l'action des élèves, soit pour les aider à agir sur le milieu soit pour analyser cette action. Nous inscrivons dans cette dimension la répartition de la responsabilité scientifique dans la classe: quel temps est laissé aux étudiants pour la recherche, quel temps pour des questions des étudiants? Des rappels du cours?

La *mésogénèse* désigne “l'organisation du milieu et des rapports des élèves aux objets de savoir”. Ils décrivent dans cette dimension “la manière dont le professeur va introduire ‘dans le milieu’ une signification quelconque, notamment grâce à un énoncé, grâce à un objet, ou en focalisant l'attention sur un énoncé d'élève”. Ils ajoutent que cette catégorie sert à étudier comment le professeur et les élèves co-élaborent “le contenu de l'interaction en continu”. Nous inscrivons dans cette dimension l'éventuel travail sur la structuration des connaissances (une première exploration des méthodes, la conclusion d'une partie de la correction, une vérification, une synthèse de la correction) et d'éventuelles logiques de raisonnement permettant de donner une “structure” ou une justification à la technique de résolution pour cerner les évolutions potentielles du rapport des étudiants aux connaissances mises en fonctionnement.

La *chronogénèse* désigne l'évolution du savoir dans le contrat didactique par rapport au temps. Étant donné que le temps peut donner lieu à des modifications dans le contenu du jeu, “tout enseignement se conçoit ainsi

comme une progression, selon le terme professoral, cette progression organisant [des] changements de jeux”. Cette progression explique comment un nouveau milieu est aussi porteur d’un nouveau temps didactique. Nous inscrivons dans cette dimension les utilisations éventuelles de différents cadres mathématiques comme des résolutions à partir de représentations graphiques, des expressions à trouver à partir des calculs algébriques, ou du travail sur des ensembles de définition de fonction.

Les trois dimensions de l’activité du professeur se tiennent en étroite relation et sont toujours présentes, même si parfois l’enseignant peut en privilégier une. Nous avons étiqueté selon un découpage en scènes, les dimensions de l’activité des professeurs pendant les épisodes de correction. Puis nous avons compté le nombre de scènes relevant de telle ou telle dimension pour repérer la dimension privilégiée par le professeur.

Les analyses montrent que pour Marco la dimension privilégiée de son activité est la mésogénèse. Il privilégie la mise en place d’une logique de raisonnement. En revanche, pour Carlos, une majorité de scènes relève de la topogénèse, c’est-à-dire qu’il privilégie la mise en évidence des rôles de l’enseignant et des étudiants.

Nous constatons une grande variabilité entre les professeurs au niveau macroscopique (celui qui concerne les T.D. de manière globale) et microscopique (celui qui est en rapport à la fonction réciproque dans les scènes de correction). Les régularités se trouvent plutôt au niveau mésoscopique, niveau relatif aux variables de notre modèle.

III - Ces deux cas sont-ils représentatifs?

La question de l’inférence statistique a été posée en amont du travail de recherche. Nous ne voulions pas étudier des cas au hasard et nous avons l’ambition de produire des résultats relativement universels. Nous n’avons ni le temps, ni les moyens humains et financiers d’une étude statistique d’un nombre significatifs de professeurs. Il s’agissait, à partir de l’étude de quelques cas de pouvoir énoncer des généralités raisonnables. Les sciences humaines et sociales sont en permanence confrontées à cette difficulté.

Nous envisageons la contingence comme une réalité (subjective donc) de l’observatrice-chercheuse. Avec la notion de professeur ordinaire, nous soutenons l’idée que la contingence est le caractère de ce qui n’est pas nécessaire, de ce qui ne porte pas en soi sa raison d’être didactique. Cependant, les professeurs ordinaires ont des raisons de faire ce qu’ils font. On peut admettre que parfois ils n’en sont pas conscients.

Afin de contrôler la contingence, c’est-à-dire pour choisir les professeurs dont nous allions observer les pratiques de correction, totalement non aléatoirement, nous avons articulé une méthodologie quantitative à une méthodologie qualitative issue de la clinique expérimentale en nous aidant d’un

logiciel spécifique de traitement de données statistiques créé par des didacticiens des mathématiques pour étudier les représentations (Bailleul 2000, Bailleul et Gras 1995), le logiciel C.H.I.C.³. Ce logiciel est basé sur l'Analyse Statistique Implicative des données (mesure non symétrique).

Les analyses quantitatives traditionnelles dans les recherches en sciences humaines et sociales permettent d'atteindre certaines croyances et connaissances des professeurs. Les analyses qualitatives permettent d'étudier les différences entre les individus globalement ou par catégories. Les typologies et les analyses orientées fournies par le logiciel C.H.I.C. renseignent sur les structures de la population et permettent notamment d'identifier les individus les plus contributifs aux réseaux mis en évidence par l'analyse implicative. Le chercheur peut ensuite mener des études qualitatives en ciblant les individus observés.

1. Réseaux

On a fait passer un questionnaire portant sur la correction à 101 professeurs de Terminale S et de première année d'IUT de la région Midi-Pyrénées en 2005. Les réponses au questionnaire ont été analysées à l'aide du logiciel C.H.I.C. (Chiocca-Murillo 2007) qui a mis en évidence quatre réseaux que nous avons intitulés: *Moderne*, *Classiques*, *Prêts à tout* et *Discrets*. Les titres des réseaux ont été attribués à partir de l'organisation et de la présentation des contenus mathématiques respectant ou non les nouvelles instructions officielles qui venaient de changer à l'époque de la recherche.

Nous avons intitulé Moderne, le réseau des professeurs qui s'adaptent à l'organisation préconisée par les nouvelles instructions officielles. Sans idée de hiérarchie, ni péjoration, nous avons qualifié de Classique, le réseau des professeurs qui avaient conservé l'organisation des contenus antérieure aux changements.

Les variables en relation avec la correction apparaissent peu dans les réseaux. Les gestes professionnels de correction semblent transparents pour les professeurs. Cependant, on repère un lien significatif entre les modalités du corrigé des professeurs et leur contribution aux réseaux.

2. Critères de choix des professeurs

Afin d'affecter chaque professeur au réseau auquel il contribue le plus, nous avons introduit un critère qui prend en compte le pourcentage de règles ou de quasi-implications auxquels il contribue. Par exemple, lorsqu'un enseignant apparaît dans 30% des groupes optimaux correspondant aux règles d'un réseau A et à 70% des groupes optimaux correspondant aux règles d'un réseau B, nous avons considéré que ce professeur était contributif du réseau B. Nous obtenons ainsi un "seuil" de contribution pour chaque réseau. De plus, pour choisir les

³ Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive.

professeurs avec lesquels l'étude qualitative s'est poursuivie, les critères suivants ont été établis:

- qu'il soit au-dessus de ce "seuil" introduit dans chaque réseau;
- qu'il soit considéré dans la mesure du possible comme un enseignant ordinaire, c'est-à-dire qu'il ait répondu "non" à la question de l'appartenance à des organisations professionnelles ou d'expérience de formation (IREM, IUFM, etc.);
- qu'il ait déclaré accepter de nous accorder un entretien;
- qu'il soit chargé de TD en 1^{ère} année d'IUT dans l'année scolaire en cours.

Ainsi nous avons choisi de manière totalement non aléatoire d'observer des individus particuliers, parmi les plus contributifs: Carlos (avec un C comme Classique) pour le réseau des classiques et Marco (avec un M comme Moderne) pour le réseau des modernes.

Dans une démarche de clinique expérimentale (Leutenegger, 2000), une fois les individus choisis, nous avons perturbé le système didactique (composante expérimentale) pour recueillir des éléments au cas par cas pour l'interprétation (composante clinique) et étudier la perturbation du système.

IV - Ce qui nous a intéressés

Dans une perspective de didactique comparatiste, nous souhaitons étudier une pratique ordinaire d'enseignement dans une situation assez fréquemment vécue par les professeurs de mathématiques: celle où les étudiants n'ont pas à leur disposition les concepts (outils/objets) mathématiques nécessaires à la résolution de questions traditionnelles en mathématiques. C'est ainsi que nous en sommes venues à étudier la correction en classe de mathématiques dans le cas de la fonction réciproque.

Nous avons dégagé trois grandes stratégies d'enseignement dans une telle situation:

- institutionnalisation de la notion de fonction réciproque,
- évitement de la difficulté en la déplaçant vers une propriété admise antérieurement (comme l'équivalence pour $x > 0$),
- utilisation d'une technique invisible sans explicitation de la propriété utilisée dans une résolution donnée.

La connaissance du réseau auquel un professeur est contributif donne des éléments sur les dimensions de son activité lorsqu'il va corriger des exercices qui font intervenir cette notion de fonction réciproque.

Les "classiques", présentant la fonction exponentielle à partir des propriétés du logarithme, gardent le rapport à la fonction réciproque dans leur enseignement; en effet ils la traitent dans la résolution des exercices proposés, autant comme outil que comme objet. Pendant les corrections, c'est la dimension de topogénèse qui sera privilégiée, leur permettant de gérer les rôles des étudiants et celui qui leur appartient.

Les “modernes” ont un rapport à la notion de fonction réciproque explicite à partir des fonctions logarithme et exponentielle, que ce soit en introduisant le logarithme à partir des propriétés de l’exponentielle ou en associant le logarithme à la fonction réciproque de l’exponentielle (Marco). Ils privilégient la dimension de la mésogenèse dans leur activité, ce qui les amène à donner beaucoup d’importance aux éléments apportés dans le milieu pour favoriser la structuration d’une logique de raisonnement.

1. Correction

Corriger est un geste courant et banal pour les professeurs. L’analyse des réponses au questionnaire montre que c’est un geste transparent pour les professeurs de mathématiques. Or, dans la correction collective, il se passe quelque chose de très important pour l’apprentissage des étudiants. C’est un moment privilégié pour un travail de structuration des connaissances et de réflexion sur elles, souvent en phase d’évaluation ou d’institutionnalisation. Par exemple, le professeur peut prendre en compte dans une institution le travail qu’il imagine avoir été fait ou à faire dans l’autre; dans la classe, il peut anticiper ce qui se fera, ou bien faire appel à la mémoire pour ce qui a déjà été fait.

Sachant l’importance du collectif pour l’apprentissage, nous avons spécifié notre travail aux corrections dans le cadre collectif de la classe. Nous n’avons pas étudié ce qui peut se passer entre un enseignant et un élève au cours d’une correction “individuelle” pendant laquelle le professeur n’est en interaction qu’avec l’élève, sans profit pour les autres. C’est le cas d’un commentaire effectué à voix basse par l’enseignant à l’intention d’un élève particulier.

Pendant la correction, les professeurs “contrôlent” beaucoup moins en amont ce qu’ils vont dire en classe. Ils “improvisent” souvent autour d’une solution qu’ils ont préparée.

Au cours d’une correction en classe, on peut observer beaucoup de variables, par exemple les interventions de l’enseignant, les fonctions de ces interventions pour l’apprentissage des étudiants, les interactions du professeur avec les étudiants et le type d’interaction entre eux, le temps laissé pour chercher la solution d’un exercice, la prise en compte des erreurs, etc. Ce moment est pertinent à étudier et consistant, compte tenu du grand nombre de variables observables.

Les didacticiens français ont peu regardé ce geste professionnel.

Les travaux anglo-saxons autour du *problem-solving* placent la correction du côté du pédagogique (on parle de “pedagogical content knowledge”), c’est-à-dire indépendant du savoir, ce qui n’est pas le point de vue de la didactique des mathématiques.

2. Obstacle didactique

Nous nous intéressons aux pratiques de correction mises en œuvre par les professeurs lorsqu’ils doivent corriger des exercices faisant intervenir des

notions qui ne sont plus dans les programmes. Ce phénomène est fréquent dans l'enseignement des mathématiques en France puisque les réformes successives font disparaître des programmes d'enseignement certains contenus mathématiques et en font apparaître d'autres. Or parallèlement, persistent dans les manuels des exercices traditionnels dans lesquels le recours aux contenus disparus est nécessaire pour justifier certaines méthodes de résolution. Nous nous intéressons à la façon dont les professeurs, sous ces contraintes, corrigent ces exercices traditionnels.

La notion de fonction réciproque, depuis les changements de programme de 2002 dans le secondaire, est un exemple de ces contenus disparus des programmes de Terminale S, tout en restant un outil implicite pour certains exercices. En effet, il reste dans les manuels scolaires de ce niveau des traces de problèmes anciens pour lesquels il faut disposer de cette notion pour justifier les solutions comme par exemple les résolutions d'équations (avec ou sans changements de variables) logarithmique ou exponentielle. Le fait que dans les instructions officielles il n'y ait pas d'indication de travail avec les élèves sur la notion de fonction réciproque constitue un obstacle d'origine didactique au sens de G. Brousseau; c'est-à-dire: "ceux qui semblent ne dépendre que d'un choix ou d'un projet du système éducatif" (Brousseau, 1986).

Dans notre étude des pratiques de correction sous contraintes (des exercices traditionnels et l'outil implicite), nous avons plus particulièrement porté notre attention sur les notions qui ont été longues à se constituer en tant qu'objet mathématiques et qui, par conséquent, sont des obstacles épistémologiques pour les élèves ou les étudiants. Le concept de fonction réciproque est une de ces notions (Murillo & Chiocca, 2008). En effet, la construction historique de la notion de fonction réciproque s'étale du XVIII^e à nos jours. Longtemps outil non formalisé, puis objet mathématique avec de nombreuses formulations, le concept de fonction réciproque constitue un obstacle d'origine épistémologique au sens de G. Brousseau; c'est-à-dire: "ceux auxquels on ne peut, ni ne doit échapper, du fait même de leur rôle constitutif dans la connaissance visée. On peut les retrouver dans l'histoire des concepts eux-mêmes" (Brousseau, 1986).

Conclusion

Étudier ce qui se passe en classe ordinaire quand on est en présence d'un obstacle didactique constitue un savoir transférable à d'autres obstacles de la même origine.

Dès qu'un choix curriculaire est effectué, des obstacles didactiques se constituent pour certains étudiants. Ce phénomène est observable dans toutes les disciplines d'enseignement. Il était donc pertinent de centrer les études sur un obstacle didactique en mathématiques pour étudier les phénomènes d'enseignement qui en résultent. Nous avons choisi d'étudier ce qui se passe en classe ordinaire, considérée comme la norme, plutôt que d'étudier les pratiques

extra-ordinaires, à la marge. La pertinence de ce choix se justifie par l'hypothèse selon laquelle les connaissances élaborées dans une telle étude seront susceptibles d'être aisément transférées aux disciplines d'enseignement autres que les mathématiques.

La recherche de régularités et d'invariants dans les pratiques enseignantes a aussi pour but de décrire les normes effectives de la profession enseignante. Il s'agit de mettre à jour les normes professionnelles actuelles, non dites, non écrites et pour la plupart non décrites (c'est un effort dans ce sens qui a été fait ici) qui favorisent la reproduction sociale. J'ai déjà montré en 1995 qu'il y avait une grande variabilité dans les discours. Je poursuis en montrant qu'il y a une certaine forme de variabilité dans les épisodes de correction. Ainsi l'homogénéité des pratiques enseignantes risque de ne pas être assurée sur le territoire français. La description va alors servir à de la prescription visant à davantage d'égalité. La didactique des mathématiques est un humanisme.

Nous avons travaillé sur l'enseignement tel qu'il se fait et non tel qu'il pourrait se faire. C'est pourquoi nous nous sommes intéressées aux pratiques de professeurs ordinaires. La position descriptive et compréhensive ne dispense cependant pas d'un énorme travail d'élaboration d'ingénieries didactiques, issues de nos résultats et qui serait à conduire.

Nous ne confondons pas didactique des mathématiques et pédagogie universitaire, et nous soutenons que la phase de description et de diagnostic doit précéder la phase de prescription. Cependant, compte tenu du temps long inhérent à la durée de certains apprentissages, qui rend longue aussi la production de résultats de recherche en didactique des mathématiques, nous saluons les expérimentations pédagogiques menées par nos collègues universitaires.

Glossaire

Le **milieu** n'est pas toujours utilisé au sens de Brousseau car il ne s'agit pas nécessairement d'une situation adidactique. "*Le milieu peut être considéré ici comme le système de contraintes et de ressources, aussi bien matérielles que symboliques, dans lequel évoluent l'élève et le professeur*" (Sensevy & Mercier 2007).

Le **contrat didactique** de son côté, est défini comme "*l'ensemble des comportements (spécifiques) du maître qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus du maître*" (Sensevy & Mercier 2007).

Sensevy et Mercier (2007) étudient ainsi la place des techniques dans le travail mathématique à travers la relation entre ces techniques et le discours du professeur en classe, en distinguant trois types.

- Les *techniques invisibles* permettent de produire un résultat, une réponse qui montre le rapport d'action de l'élève, les techniques utilisées n'étant pas explicitées: il n'y a ni discours de la technique ni commentaire. Il s'agit d'une pratique démontrée d'une manière de procéder.
- Les *techniques faibles* permettent de produire un résultat en explicitant les techniques utilisées; l'élève n'est pas seulement dans un rapport d'action pour produire le résultat, mais également de formulation, car il peut manipuler des outils avec des représentations différentes (au sens de Brousseau, 2004). Ainsi, "*la manière de faire peut être montrée à travers un discours de la technique*" (Sensevy & Mercier, 2007).
- Les *techniques fortes* permettent de produire un résultat attendu dans l'institution, non seulement en explicitant les techniques utilisées mais aussi en les justifiant par une technologie ou théorie, au sens de Chevallard (1992). L'élève non seulement produit, manipule et justifie, mais il peut aussi éventuellement se situer dans un rapport de validation, la justification pouvant aller jusqu'à un travail de la consistance d'une théorie. Le discours présent est maintenant un discours sur la technique.

En didactique des mathématiques nous différencions le *temps didactique*, c'est-à-dire le temps de l'apprentissage du temps d'horloge, c'est-à-dire celui de la classe, le temps chronologique. Il est évident que ces deux temps ne sont pas confondus mais on rencontre souvent l'illusion selon laquelle les étudiants doivent sortir du cours ou du T.D. en ayant appris, comme si il n'y avait plus d'étude à faire en dehors de la classe.

Références bibliographiques

- BAILLEUL, M. 2000. Mise en évidence de réseaux orientés de représentations dans deux études concernant des enseignants stagiaires en IUFM. Actes des journées sur *La fouille dans les données par la méthode d'analyse statistique implicative*, 189-208. Ed. IUFM de Caen
- BAILLEUL, M. 1995. L'analyse statistique implicative: variables modales et contributions des sujets. Actes du colloque *Méthodes d'analyse statistique multidimensionnelles en didactique des mathématiques*. Ed. IUFM Caen
- BROUSSEAU, G. 1986. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7 : 2, 33-115
- BOSCH, M. & Y. CHEVALLARD. 1999. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19 : 1, 77-123.
- CHEVALLARD, Y. 1992. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 12 : 1, 73-112.
- CHIOCCA, C.-M. & I. VERSCHEURE. 2008. *Implicative networks of student's representations Activities*. R. GRAS, E. SUZUKI, F. GUILLET & F. SPAGNOLO. *Statistical Analysis Implicative: Theory and Applications*. Paris: Springer. 199-230.
- CHIOCCA, C.-M. & S. MURILLO. 2009. Ajustement d'un modèle de la correction en classe à la contingence. Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques, Paris, France.
- CHIOCCA, C.-M. & E. RODITI. 2009. Étude du métier de chercheur en didactique des mathématiques, une approche comparative. BLOCH, I. *et al.* (dir.). *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage. 147-149
- CHIOCCA, C.-M. & S. MURILLO-LOPEZ. 2008. Évolution historique et réflexions sur l'enseignement des fonctions réciproques. *Petitx* 77.
- DOUADY, R. 1986. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7 : 2, 5-31.
- DUVAL, R. 1996. Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? *Recherches en Didactique des Mathématiques* 16 : 3, 349-382.
- GOODY, J. 1977. *La raison graphique, la domestication de la pensée sauvage*, Paris: Les Éditions de Minuit.

- GRAS, R., S. ALMOULOU, M. BAILLEUL & A. LARHER. 1996. *L'implication statistique. Nouvelle méthode exploratoire de données*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- KERBRAT-ORECCHIONI, C. 2001. *Les actes de langage dans le discours*. Paris: Nathan
- LEUTENEGGER, F. 2000. Construction d'une "clinique" pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels pour l'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 20 : 2, 209–250.
- MAURICE, J.-J. & E. ALLEGRE. 2002. Invariance temporelle des pratiques enseignantes: le temps donné aux élèves pour chercher. *Revue Française de Pédagogie* 138, 115-124.
- MERCIER, A., A. ROUCHIER & G. LEMOYNE. 1999. *Des outils et des techniques d'enseignement aux théories didactiques*. MERCIER, A, G. LEMOYNE, & A. ROUCHIER (dir.). *Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement*. Bruxelles: De Boeck Université. 233-249.
- MERCIER, A., M.-L. SCHUBAUER-LEONI & G. SENSEVY. 2002. Vers une didactique comparée. *Revue Française de Pédagogie* 141, 5–16.
- MURILLO-LOPEZ, S. 2008. *Étude d'une pratique ordinaire face à un obstacle didactique: La correction en classe de mathématiques dans le cas de la fonction réciproque*, Thèse non publiée, Université Paul Sabatier, Toulouse.
- ROBERT, A. & J. ROGALSKI. 2002. Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques: une double approche. *La revue canadienne de l'enseignement des sciences des mathématiques et des technologies* 2, 505–528.
- RODITI, E. 2003. Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 23 : 2.
- SENSEVY, G. & A. MERCIER. 2007. *Agir ensemble, l'action conjointe du professeur et des élèves dans le système didactique*. Rennes: Presses Universitaire de Rennes.
- VERSCHEURE, I & C.-M. CHIOCCA. 2009. Une application à la psychologie sociale - Étude des représentations d'élèves en éducation physique et sportive. *Analyse Statistique Implicative. Une méthode d'analyse de données pour la recherche de causalité*, Éd. Springer. 369-386.
- VERSCHEURE, I. 2005. *Dynamique différentielle des interactions didactiques et co-construction de la différence des sexes en Éducation Physique et Sportive. Le cas de l'attaque en Volley-Ball en Lycée Agricole*. Thèse non publiée, Université Paul Sabatier, Toulouse
- VYGOTSKI, L.S. 1985. *Pensée et langage*. Paris: Messidor / Éditions Sociales.