



Commande par mode glissant d'un hacheur à deux cellules

Dominique Pinon, Maurice Fadel, Thierry Meynard

► To cite this version:

Dominique Pinon, Maurice Fadel, Thierry Meynard. Commande par mode glissant d'un hacheur à deux cellules: étude de l'installation des cycles limites. *Revue Internationale de Génie Électrique*, 1998, 1 (3), pp.393-415. hal-03554024

HAL Id: hal-03554024

<https://ut3-toulouseinp.hal.science/hal-03554024>

Submitted on 3 Feb 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Commande par mode glissant d'un hacheur à deux cellules : étude de l'installation des cycles limites

Dominique Pinon — Maurice Fadel — Thierry Meynard

Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle
UMR CNRS 5828, BP 7122
2, rue Charles Camichel
F-31071 Toulouse cedex 7

pinon@leei.enseeiht.fr

RÉSUMÉ. Dans cet article, les auteurs présentent une loi de commande par mode de glissement pour un hacheur à deux cellules de commutation imbriquées. La synthèse des lois de commande par la méthode de Lyapunov est traitée. L'installation de la phase entre les signaux de commande est étudiée. L'analyse des points fixes permet de définir une commande en régime permanent donnant une phase de π entre les ordres de commande des interrupteurs. Les bonnes performances en régime transitoire et l'insensibilité aux variations paramétriques de la charge sont aussi présentés.

ABSTRACT. In this paper, the authors present a sliding mode control for a two-cell chopper. The synthesis of the control is treated. The installation of the phase between the control signals is studied. The analysis of the fixed points makes it possible to define a command in steady state giving phase of π between the control commands of the switches. The good performances in state and insensitivity to the parametrix variations of the load are also presented.

MOTS-CLÉS : convertisseurs multicellulaires, électronique de puissance, structure variable, mode glissant, cycle limite.

KEY WORDS : multicell converter power electronics, variable structure, sliding mode, limit cycle.

1. Introduction

Les convertisseurs multi-cellulaires séries ont été développés afin d'augmenter la puissance convertie. Le nombre important d'interrupteurs permet d'obtenir davantage de degré de liberté. Il impose du même coup de forte contrainte sur la commande.

Le comportement en régime statique de ce type de convertisseur a été étudié dans de nombreux travaux comme par exemple [CAR 97]. L'amélioration des formes d'onde en sortie, par rapport à des structures classiques, est obtenue par une simple commande entrelacée. Il a été démontré que pour p cellules, un déphasage de $\frac{2\pi}{p}$ permet d'obtenir des formes d'onde intéressantes : la fondamentale des signaux de sortie est à p fois la fréquence de découpage.

En dynamique, on pressent que des performances exceptionnelles peuvent être atteintes, à condition de développer une commande adaptée [MEY 98], nous pensons que les commandes en durée ne permettent pas d'atteindre cet objectif [GAT 97]. C'est pourquoi nous présenterons dans cet article une commande en amplitude : commande à structure variable par mode de glissement.

La commande à structure variable associée aux propriétés des modes de glissement présente, outre la diminution de l'ordre du système, un très bon comportement transitoire, une insensibilité vis à vis des variations paramétriques, et une simplicité de mise en oeuvre (les lois de commande sont en général réalisables en analogique) [NIC 96], [BUH 86], [SIR 88].

Nous allons présenter une méthode de synthèse de lois de commande sur un hacheur à deux cellules. L'objectif de cette commande est d'asservir deux grandeurs d'état et de maintenir un déphasage de π entre les signaux de commande.

Nous allons donc commencer par rappeler des notions fondamentales sur ce convertisseur, ce qui nous permettra de définir les objectifs de la loi de commande. Puis, nous aborderons les problèmes de stabilisation de la phase des signaux u_1 et u_2 (cf figure 7). Nous fournirons enfin une méthode permettant d'obtenir une phase de π .

2. Rappels sur le hacheur à deux cellules de commutation

2.1. Structure et propriétés de base

Un hacheur à deux cellules imbriquées a une structure qui est celle de la figure 1. L'optimisation de la forme d'onde de la tension v_b se fait par deux degrés de liberté (la tension v_1 et le déphasage entre les signaux de commande des interrupteurs).

2.1.1. Notations

Dans la suite du document, nous noterons f_d la fréquence de commande des interrupteurs, α la valeur de rapport cyclique.

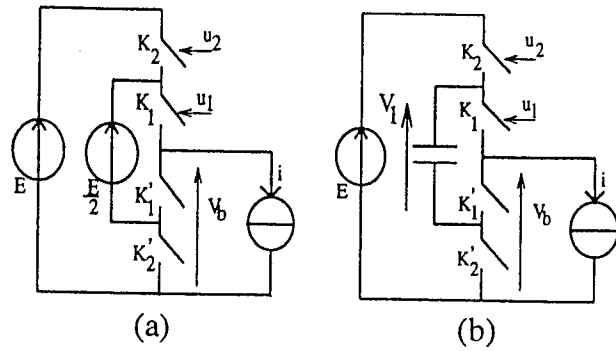


Figure 1. (a) Schéma de principe, (b) structure réelle

2.1.2. Hypothèses

- Les interrupteurs K_i et K'_i forment une cellule de commutation (états complémentaires à tout instant).
- Chacun des K_i et K'_i sont parfaits (bloqués ce sont des circuits ouverts et passants ce sont des court-circuits).
- La durée de fermeture des interrupteurs est la même pour tous les interrupteurs K_i (elle est donc la même pour tous les K'_i).

2.1.3. Forme d'onde optimale

En boucle ouverte afin d'optimiser les formes d'ondes des signaux de sortie, le déphasage entre les signaux logiques de commande (les u_i) est de π . Comme le montre la figure 2, la tension v_b est une tension de fréquence double de celle des signaux u_i .

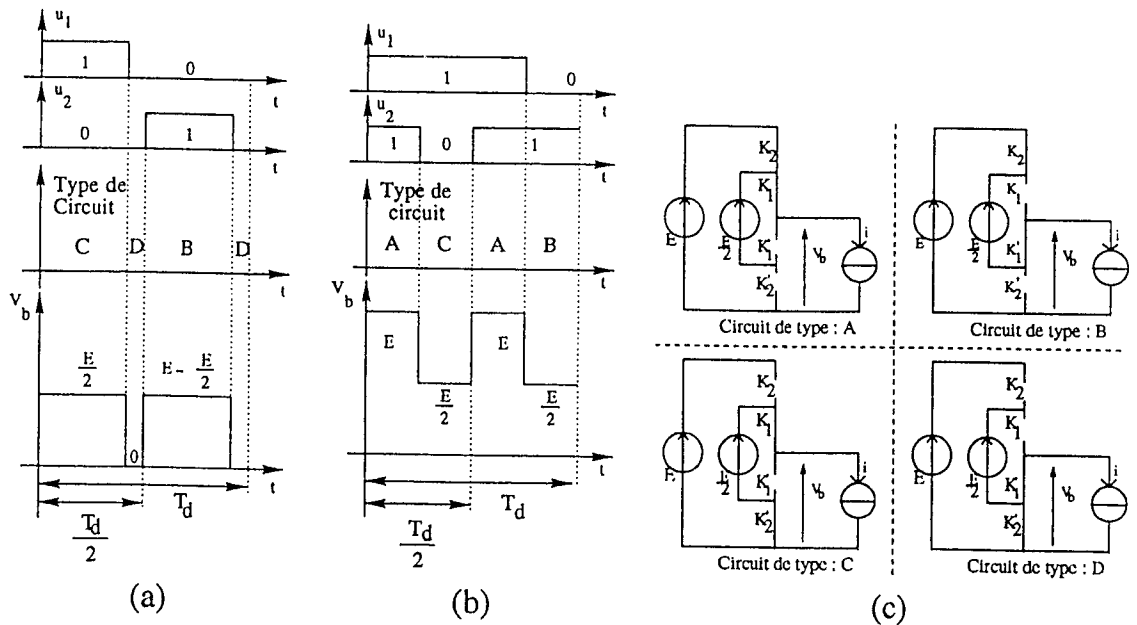


Figure 2. Signaux u_1 , u_2 et v_b pour (a) $\alpha < 0,5$, (b) pour $\alpha > 0,5$ et (c) topologie

2.1.4. Forme d'onde réelle

Ici, la source de tension $\frac{E}{2}$ est remplacée par un condensateur flottant. Celui-ci va donc durant une période de découpage subir une charge et une décharge. Nous considérerons que la tension v_1 est de valeur moyenne $\frac{E}{2}$ et que les signaux de commande sont identiques à ceux de la figure 2 [CAR 97].

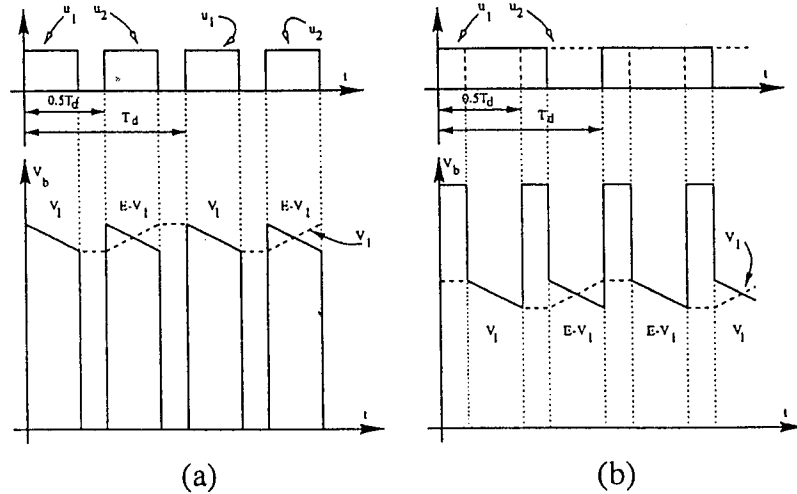


Figure 3. Formes d'ondes réelles : (a) $\alpha < 0,5$, (b) $\alpha > 0,5$

Le convertisseur donnera une tension v_b optimale (à $2f_d$) si et seulement si les ordres de commande sont de même durée et que la phase entre les signaux de commande est de π [CAR 97].

Suivant le rapport cyclique, la tension v_b aux bornes de la charge aura différents niveaux de tension :

- Si $\alpha > 0,5$ trois niveaux de tension en sortie du bras : E , v_1 , et $E - v_1$,
- Si $\alpha < 0,5$ trois niveaux de tension en sortie du bras : 0 , v_1 , et $E - v_1$,
- Si $\alpha = 0,5$ deux niveaux de tension en sortie du bras : v_1 et $E - v_1$.

2.1.5. Structure de conversion réelle

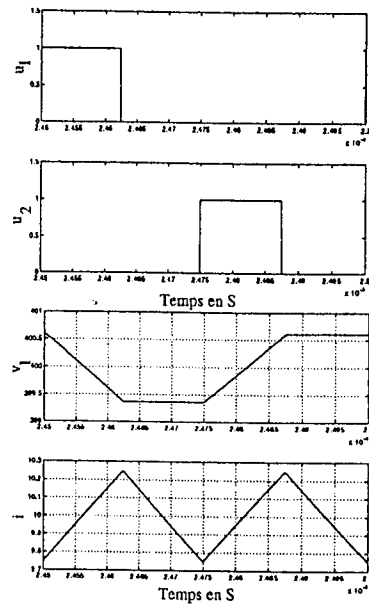
Nous étudierons dans la suite le hacheur à deux cellules fonctionnant sur une charge de type R-L (figure 7). Nous donnerons les formes d'onde des variables d'état et le résultat dans l'espace d'état (le plan $v_1 - i$) sur la figure 4

Le comportement en boucle ouverte (cf figure 4) nous indique que si la phase entre les signaux (u_1 , u_2) est de π alors le cycle limite est symétrique par rapport à l'axe $v_1 = \frac{E}{2}$.

Cette condition est seulement suffisante, elle n'est pas nécessaire et suffisante comme l'illustre la figure 5.

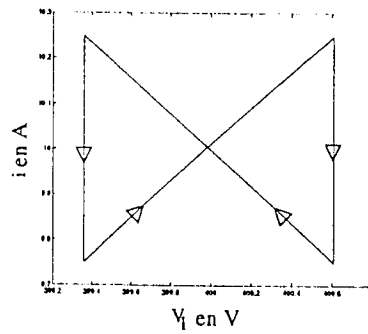
REMARQUE.- La figure 6 illustre que tout cycle n'ayant pas de propriété de symétrie correspond à une phase qui ne vaut pas π . Nous chercherons, par notre loi de commande, à obtenir en régime permanent une phase de π entre les signaux de commande. Les cycles limites recherchés devront avoir 4 sommets et être symétriques par

Si $\alpha < 0,5$

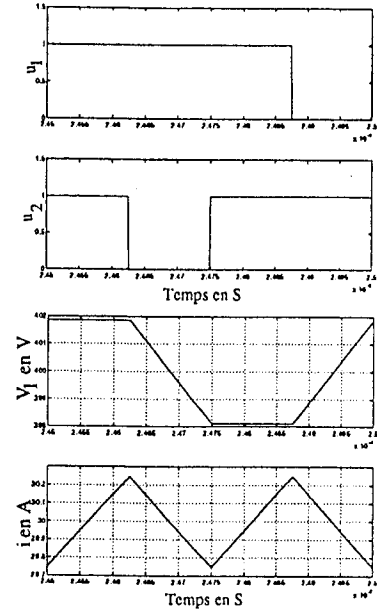


- i croît, v_1 décroît,
- i décroît, v_1 constante,
- i croît, v_1 croît,
- i décroît, v_1 constante,

Le cycle résultant est donc :



Si $\alpha > 0,5$



- i croît, v_1 constante,
- i décroît, v_1 décroît,
- i croît, v_1 constante,
- i décroît, v_1 croît,

Le cycle résultant est donc :

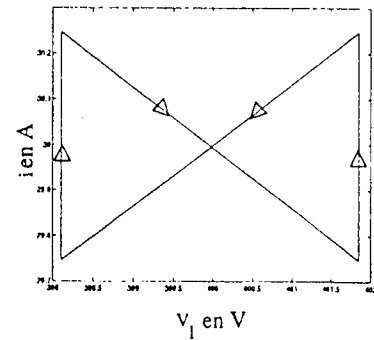


Figure 4. Propriétés du cycle limite en fonction du rapport cyclique

rapport à $v_1 = \frac{E}{2}$ comme ceux de la figure 4.

3. Modélisation d'un hacheur à deux cellules

Nous utiliserons un *modèle d'état instantané* du convertisseur que nous mettrons sous forme affine :

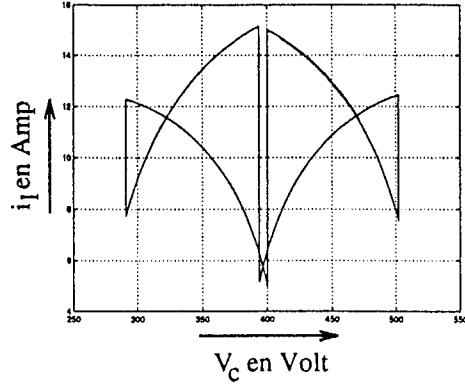


Figure 5. Cas d'un cycle symétrique à huit sommets

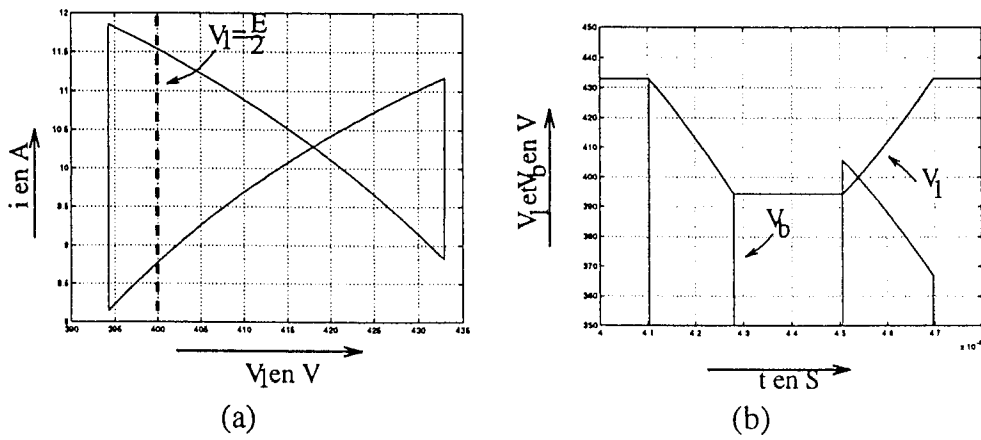


Figure 6. Fonctionnement non-optimale: (a) Cycle limite, (b) tensions v_b et v_1

$$\dot{x} = f(x) + G(x)U \quad [1]$$

x sera le vecteur de sortie qui contient toutes les variables d'état, et U représentera le vecteur de commande tel que :

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{m-1} \\ u_m \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_k \\ i_1 \\ \vdots \\ i_{k'} \end{bmatrix} \quad \text{avec } \dim(x) = n \text{ et } \dim(U) = m \quad [2]$$

Nous allons maintenant modéliser un hacheur à deux cellules qui fonctionnera sur une charge de type R-L.

3.1. Modélisation d'un hacheur à deux cellules sur charge R-L

Le convertisseur et sa charge sont présentés sur la figure 7.

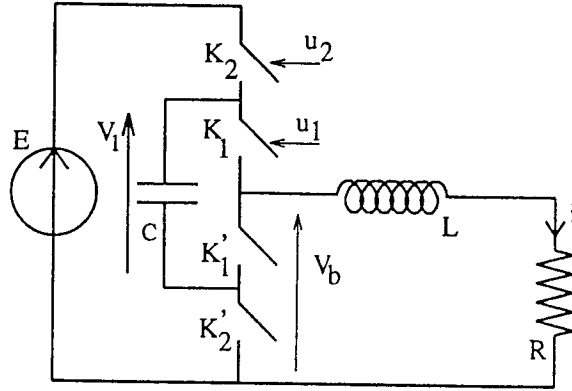


Figure 7. Structure d'un hacheur sur charge R-L

3.1.1. Modélisation en structure variable

$$x = \begin{bmatrix} v_1 \\ i \end{bmatrix}, f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{R}{L}i \end{bmatrix} \text{ et } G(x) = \begin{bmatrix} \frac{-i}{C} & \frac{i}{L} \\ \frac{v_1}{L} & \frac{E-v_1}{L} \end{bmatrix} \quad [3]$$

Comme l'indique l'équation précédente le modèle du convertisseur est non-linéaire. On pourra se reporter à [CAR 97] afin de voir les formes d'onde et les dynamiques en boucle ouverte de ce convertisseur. Nous noterons $g_1(x)$ et $g_2(x)$ les vecteurs colonnes de la fonction vectorielle $G(x)$.

Le convertisseur étudié possède les caractéristiques suivantes :

- Tension d'alimentation de 800 V ($E = 800V$).
- Condensateur dimensionné pour un ondulation de tension à 16kHz de 1% ($C \approx 40 \mu F$).
- Une inductance donnant une ondulation de courant à 16 kHz de 1% ($L \approx 10 mH$).
- Une résistance de charge de valeur nominale de $R = 20 \Omega$.

3.2. Commandabilité du convertisseur (ou accessibilité)

On vérifie simplement que la distribution d'accessibilité (commandabilité) est de rang plein [NIJ 92]. C'est-à-dire que les fonctions vectorielles $g_1(x)$, $g_2(x)$ forment une famille libre pour tout x de l'espace d'état.

Nous calculons le déterminant de $G(x)$ quelque soit x :

$$\det(G(x)) = \frac{-Ei}{LC} \neq 0 \text{ si } i \neq 0 \quad [4]$$

Physiquement, lorsque le courant dans la charge est nul, la variation de la tension V_1 est nulle. La tension V_1 n'est donc pas réglable.

Des travaux précédents ont montré la possibilité de commande de ce convertisseur avec des modèles continus. Dans [GAT 97], une méthode de contrôle par inversion du modèle est présentée. Elle utilise la propriété de commandabilité du convertisseur i.e. l'inversion et le traitement de la fonction inverse de $G(x)$. Cette méthode présente toutefois un inconvénient majeur : la très forte dépendance vis à vis des paramètres du circuit.

Nous avons choisi, pour notre part, de réaliser une commande par mode de glissement utilisant directement l'état des interrupteurs.

4. Synthèse de la lois de commande

4.1. Généralités sur les fonctions de commutation

Dans le cas général, un système qui possède m grandeurs de commande aura besoin de m fonctions de commutation que l'on notera : $s_i(x)$ avec $i \in \{1, m\}$

Nous noterons s_i la fonction de commutation agissant sur les signaux logiques u_i . Lorsque l'évolution du système, à l'instant t , fait changer de signe une fonction s_i alors le signal $u_i(t_-)$ devient $u_i(t_+) = 1 - u_i(t_-)$. Le convertisseur change alors de topologie : commutation de la cellule $K_i - K'_i$.

Afin de limiter la fréquence de commutation, les fonctions de commutation ne sont pas traitées par des fonctions signes mais par des hystérésis symétriques de largeur 2ε . Dans ce cas, la fréquence f_d est variable.

4.1.1. Objectifs de la loi de commande

Il nous faut contrôler le transitoire et avoir un comportement en régime permanent identique à la boucle ouverte.

En régime transitoire, il faut une dynamique plus grande pour :

- Asservir les variables en sortie du convertisseur (*p.e.* : le courant dans la charge).
- Réguler la tension de la capacité flottante à la moitié de la tension d'alimentation.

En régime permanent, la phase entre u_1 et u_2 doit être de π afin d'obtenir un comportement optimales du convertisseur vis-à-vis du spectre des signaux de sortie.

4.1.2. Propriétés des fonctions de commutation : cas général

Nous allons utiliser des fonctions de commutation ayant des propriétés particulières :

— **La variété définie par $s_i(x) = 0$ possède un domaine de glissement**

— Pour un système d'ordre n la variété Δ_i tel que $s_i(x) = 0$ est de dimension $n - 1$. Nous pouvons donc dire que la variété Δ_i est un hyperplan vectoriel i.e. le

noyau d'une forme linéaire. La fonction $s_i(x)$ sera donc une forme linéaire de x .

4.1.3. Synthèse de la lois de commande

Le principe de la synthèse a été défini dans [NIC 96]. Elle consiste à trouver une condition nécessaire sur les fonctions s_i pour que le système soit stable au sens de Lyapunov sur tout l'espace d'état.

Nous rappellerons ici rapidement les étapes du calcul.

Considérons f_d comme infinie.

Définissons une fonction V d'énergie à fournir aux éléments passif pour atteindre le point d'équilibre:

$$V(x) = \frac{1}{2} \Delta x^t Q \Delta x \quad [5]$$

la matrice Q est telle que $Q = \text{diagonale}(C_1, \dots, C_{k'}, L_1, \dots, L_k)$ avec $k + k' = n$ et $\Delta x = x - x_0$ (x_0 est le vecteur définissant un point d'équilibre).

La fonction V est positive sur tout l'espace d'état. Le modèle du convertisseur étant stationnaire, il faut et il suffit que $\dot{V}$ soit de signe opposé à V pour que le système soit stable.

$$\dot{V}(x) = \Delta x^t Q \Delta \dot{x} = \Delta x^t Q (f(x) + G(x)U) \quad [6]$$

Supposons qu'il existe une commande équivalente [UTK 78] que nous noterons U_{eq} avec :

$$U_{eq} = [u_{1eq} \ u_{2eq}]^T = U - \Delta U \quad [7]$$

Le convertisseur est une structure dissipative donc stable en boucle ouverte. Nous pouvons donc écrire que :

$$\dot{V}(x) = \underbrace{\Delta x^t Q (f(x) + G(x)U_{eq})}_{<0} + \Delta x^t Q G(x) \Delta U \quad [8]$$

Sur un voisinage du point d'équilibre [SLO 90], une condition nécessaire et suffisante pour que $\dot{V}(x) < 0$ est donc :

$$\Delta x^T Q G(x) \Delta U < 0 \quad [9]$$

On peut dire que le terme ΔU doit vérifier :

$$\Delta U = -\text{sign}(\Delta x^T Q G(x)) \quad [10]$$

Nous choisirons donc des fonctions de commutation telles que :

$$s(x) = x^t Q G(x) \text{ i.e. } s_i(x) = \Delta x^t Q g_i(x) \ \forall i \in \{1, m\} \quad [11]$$

Nous avons donc défini une condition nécessaire et suffisante que doit vérifier la commande afin que le convertisseur soit stable en boucle fermée. En pratique, il nous suffira de faire passer ces fonctions de commutation s_i dans des hystérésis de largeur identique pour obtenir les signaux logiques de commande des interrupteurs.

4.1.4. Problème lié à la synthèse de la loi de commande

Le problème majeur est l'utilisation d'une hypothèse de fonctionnement à fréquence infinie. Ceci ne permet donc pas d'introduire la phase entre les u_i qui doit nécessairement être de $\frac{2\pi}{p}$ (dans le cas du hacheur étudié de π).

5. Implantation de la loi de commande pour un hacheur à deux cellules fonctionnant sur une charge de type R-L

5.1. Résultats de la synthèse

Pour un asservissement du courant de charge, nous aurons deux fonctions telles que :

$$\begin{cases} s_1(x) = \frac{2I_{ref}}{E}(v_1 - \frac{E}{2}) - (i - I_{ref}) \\ s_2(x) = -\frac{2I_{ref}}{E}(v_1 - \frac{E}{2}) - (i - I_{ref}) \end{cases} \quad [12]$$

Ces fonctions de commutation $s_i(x) = 0$ sont des droites dans le plan $v_1 - i$. Elles sont symétriques par rapport à la droite $v_1 = \frac{E}{2}$. Le point d'équilibre sera (si la fréquence de commutation est infinie) à l'intersection des deux droites au point de coordonnées $(\frac{E}{2}, I_{ref})$.

5.2. Commandes équivalentes et domaines de glissement

Lors de la synthèse de la loi de commande, nous avons supposé que la commande équivalente existait sur tout l'espace d'état. C'est ce que nous allons vérifier maintenant.

Dans le domaine de glissement, en considérant la fréquence de commutation infinie, nous pouvons dire (comme l'indique [UTK 78], [SIR 87]) :

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = \mathcal{L}_f s_1 + \mathcal{L}_{g_2} s_1 u_2 + \mathcal{L}_{g_1} s_1 u_{1eq} = 0 \\ \dot{s}_2 = \mathcal{L}_f s_2 + \mathcal{L}_{g_1} s_2 u_1 + \mathcal{L}_{g_2} s_2 u_{2eq} = 0 \end{cases} \quad [13]$$

Les commandes équivalentes seront :

$$\begin{cases} u_{1eq} = -\mathcal{L}_{g_1} s_1^{-1} (\mathcal{L}_f s_1 + \mathcal{L}_{g_2} s_1 u_2) \\ u_{2eq} = -\mathcal{L}_{g_2} s_2^{-1} (\mathcal{L}_f s_2 + \mathcal{L}_{g_1} s_2 u_1) \end{cases} \quad [14]$$

5.2.1. Existence de la commande équivalente

Pour que la commande équivalente existe, il faut et il suffit que :

$$\begin{cases} \mathcal{L}_{g_1} s_1 \neq 0 \\ \mathcal{L}_{g_2} s_2 \neq 0 \end{cases} \quad [15]$$

Or :

$$\begin{cases} \mathcal{L}_{g_1} s_1 = -\frac{2I_{ref}}{EC} i - \frac{v_1}{L} \\ \mathcal{L}_{g_2} s_2 = -\frac{2I_{ref}}{EC} i - \frac{E - v_1}{L} \end{cases} \quad [16]$$

Pour un hacheur i et v_1 sont toujours positifs. Les commandes existeront sur $\mathcal{A} = [0, E] \times]0, \frac{E}{R}] - (0, 0), (0, E)$

5.2.2. Domaine de glissement

Pour trouver les domaines de glissement, il nous suffit de montrer dans quel domaine les commandes équivalentes sont bornées [SIR 87]. Leurs expressions sont sur l'ensemble $\mathcal{A}$:

$$\begin{cases} u_{1eq} = \frac{\frac{R}{L}i + \frac{2I_{ref}}{CE}iu_2 + \frac{v_1 - E}{L}u_2}{\frac{2I_{ref}}{EC}i + \frac{v_1}{L}} \\ u_{2eq} = \frac{\frac{R}{L}i + \frac{2I_{ref}}{CE}iu_1 + \frac{v_1}{L}u_1}{\frac{2I_{ref}}{EC}i + \frac{E - v_1}{L}} \end{cases} \quad [17]$$

Comme toutes les variables sont bornées, les commandes équivalentes le sont aussi. Le domaine de glissement existe donc sur le domaine $\mathcal{A}$.

6. Étude du hacheur commandé

Nous présentons les résultats de simulation sur les figures 8, 9, 10 avec le scénario suivant :

1. Démarrage du convertisseur avec $v_1(0) = 0$ et $i(0) = 0$ sous une rampe de tension de pente 800 V/ms avec une référence de courant de 30 A.
2. Échelon de référence de courant à 3 ms $I_{ref} = 15$ A.
3. Échelon de charge à 6 ms de -50 % de la charge nominal.
4. Échelon de référence à 9 ms à 10 A.

La largeur de l'hystérésis est de $\varepsilon = 0.8$ A.

Comme nous l'avons vu précédemment, nous voulons en régime permanent un comportement identique à celui en boucle ouverte. C'est-à-dire que la phase entre les signaux logiques u_1 et u_2 doit être de π . Avec ce déphasage, le cycle limite pris est symétrique par rapport à la droite $\frac{E}{2}$ et possède 4 sommets. Comme nous pouvons le voir sur la figure 8, les cycles limites pris par notre convertisseur ne sont pas symétriques (comme le montrent les gros plans 1, 2 et 4 de la figure 8). La phase entre nos signaux de commande ne vaut donc pas π pour tous les points d'équilibre.

La tension v_1 est réglée sans dépassement en moins de 2ms avec une erreur statique de l'ordre de 0,5 V. Le courant i dans la charge est asservi avec la même constante de temps que la tension v_1 ; une faible erreur statique existe aussi dans ce cas. La phase

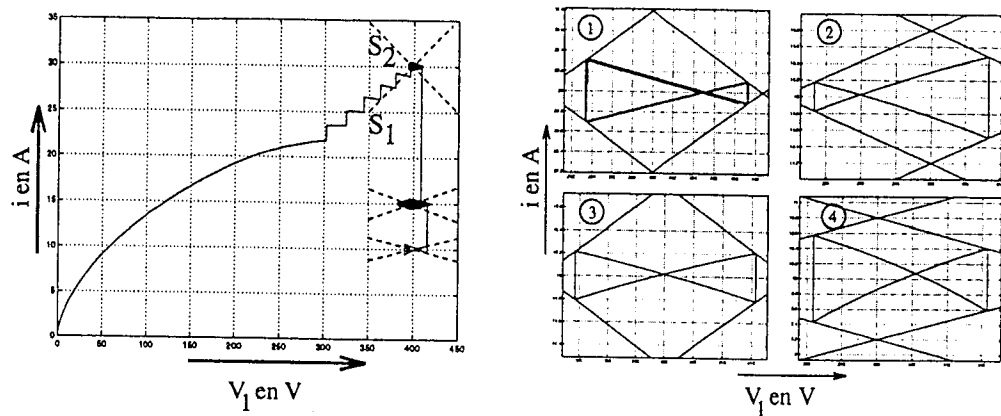


Figure 8. Trajectoire dans la plan d'état et cycles limites obtenues

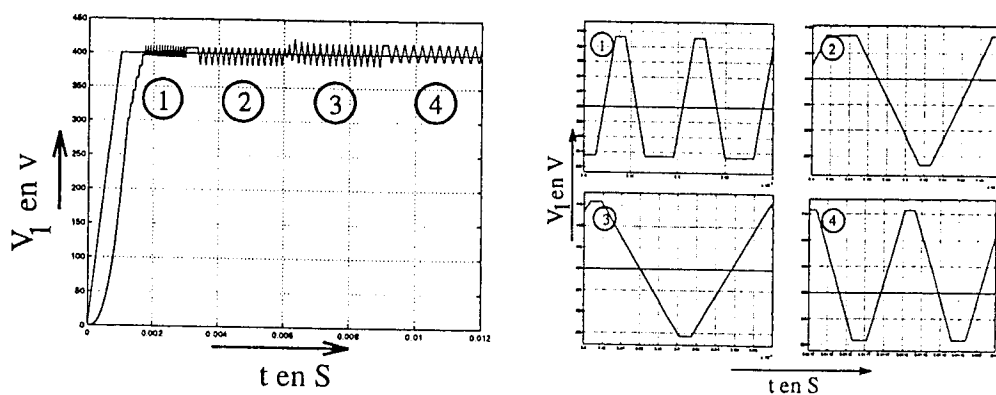


Figure 9. Tension de capacité et sa référence en fonction du temps

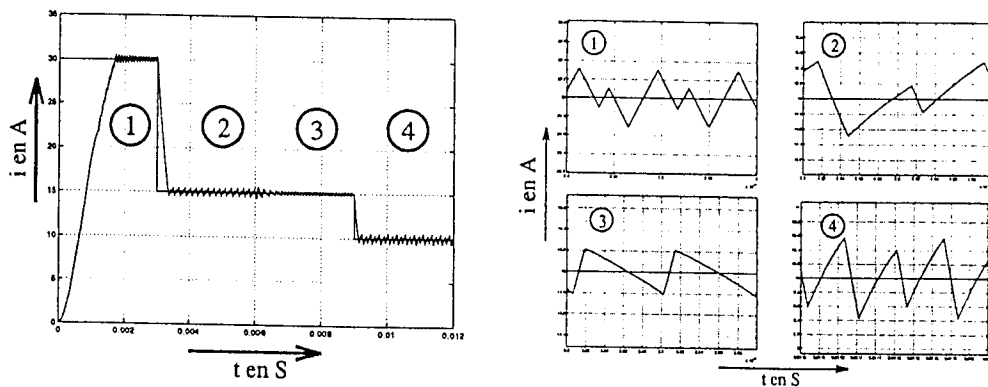


Figure 10. Courant de sortie et sa référence en fonction du temps

entre les signaux de commande n'étant pas de π , la fréquence de courant i n'est pas doublée. L'ondulation du courant est donc plus grande que prévu ce qui est illustrée sur les gros plans 1, 2, 4 de la figure 10. Dans la partie 3, la phase étant pratiquement de π . La fréquence de i est quasiment doublée. L'ondulation de celui-ci est donc faible (la fréquence de commutation variant suivant le point de fonctionnement, la comparaison des ondulations est ici délicate).

Nous pouvons voir que les résultats en transitoire sont très bons. Les performances en régime permanent ne sont pas convenables ; la phase ne s'installant pas correctement. Si nous voulons définir comment la phase s'établit, il nous faut étudier les cycles limites du convertisseur commandé.

6.1. Étude de l'installation des cycles limites

6.1.1. Introduction

En régime permanent, les cycles limites s'installent dans un losange cf figure 16. Les commutations des interrupteurs ont lieu lorsque la trajectoire d'état atteint l'une des droites ($s_1(x) = -\varepsilon$, ou $s_1(x) = \varepsilon$, ou $s_2(x) = -\varepsilon$, ou $s_2(x) = \varepsilon$). A l'instant de la commutation, l'état du convertisseur ($x = [v_1 \ i]^T$) est sur une droite de commutation. C'est donc que pour cet instant $v_1 = f(i)$. Étudier l'installation d'un cycle limite revient donc à construire une suite récurrente liant par exemple les tensions des sommets du cycle. On pourra à l'aide de cette suite étudier, comme l'indique [MIR 89], les cycles limites.

On pourrait, *a priori*, construire un grand nombre de familles de cycle limite comme l'indique la figure 11. Dans notre cas, nous savons définir précisément les cycles limites que nous voulons obtenir. Afin de satisfaire les conditions de régime permanent, la phase entre les signaux de commande doit être de π . Les cycles que nous cherchons sont symétriques par rapport à $\frac{E}{2}$. Ils doivent vérifier les conditions suivantes :

- Être de la même famille que ceux de la figure 4.
- Avoir 4 sommets
- Être symétrique par rapport à $\frac{E}{2}$

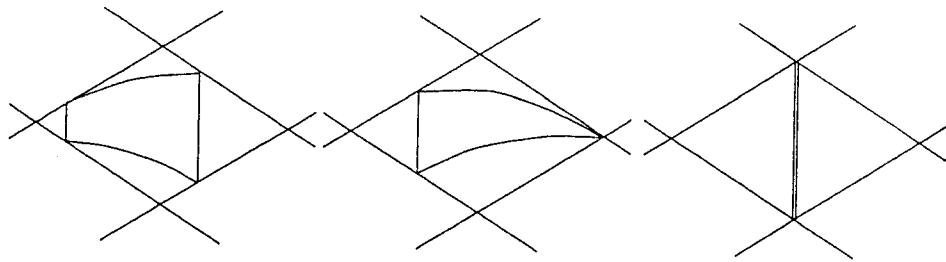


Figure 11. Différentes familles de cycles limites non souhaitable

Les études présentées reposent sur une analyse numérique de la récurrence de la tension de capacité lors de l'installation d'un cycle limite. Dans notre cas, il sera plus simple de prendre comme variable de transformation la tension v_1 (dans le cycle souhaité, elle ne prend que deux valeurs différentes).

6.1.2. Hypothèses de l'étude

— Nous nous limiterons à l'étude des cycles du type de ceux de la figure 4 (cycle croisé).

— Nous aurons un espace paramétrique de dimension 6 : $E, L, C, R, \varepsilon, \alpha$ (le rapport cyclique étant directement l'image du courant de sortie).

— Les conditions initiales sont toujours prises sur les droites de commutation (soit sur $s_1 = -\varepsilon$, soit sur $s_2 = -\varepsilon$) comme le montre la figure 12.

6.1.3. Analyse de l'espace paramétrique

Comme nous l'avons vu précédemment, la loi de commande ne dépend pas directement des valeurs des éléments réactifs. Nous n'étudierons donc pas spécifiquement l'influence de ceux-ci sur l'installation des cycles limites. Nous nous limiterons uniquement aux variations de ε et de α .

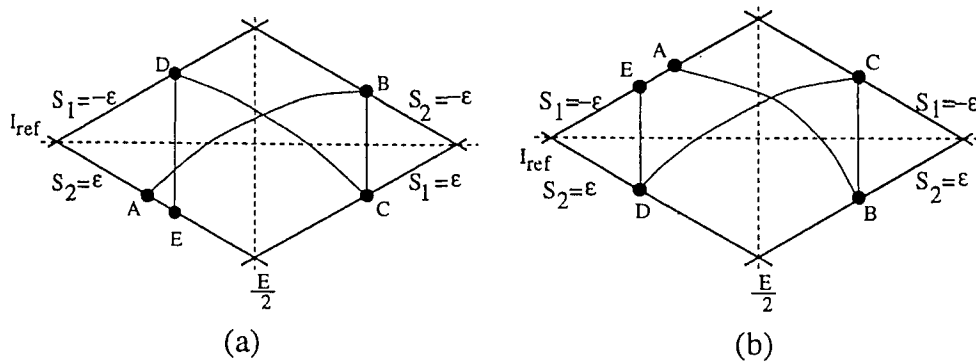


Figure 12. Principe de calcul des points d'un cycle : (a) $\alpha < 0,5$ et (b) $\alpha > 0,5$

6.1.4. Notations

Les notations seront celles de la figure 13.

Point	Tension V_1	Courant i
A	$V_1(0)$	$i(0)$
B	$V_1(1)$	$i(1)$
C	$V_1(2)$	$i(2)$
D	$V_1(3)$	$i(3)$
E	$V_1(4)$	$i(4)$

Figure 13. Notation dans le plan $V_1 - i$

La tension $V_1(0)$ sera toujours comprise dans l'intervalle I tel que :

$$I = \left[\frac{E}{2} - \frac{\varepsilon E}{2I_{ref}}, \frac{E}{2} \right]$$

Nous allons nous intéresser à la fonction $\mathcal{F}$ définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : I &\longrightarrow I \\ V_1(0) &\longmapsto \mathcal{F}(V_1(0)) = V_1(4) \end{aligned} \quad [18]$$

Nous avons, dans un premier temps, effectué une étude de la fonction $\mathcal{F}$ en approchant les régimes de charge et de décharge au premier ordre (transitions $V_1(0) \longrightarrow V_1(1)$ et $V_1(2) \longrightarrow V_1(3)$). Par cette étude, nous avons conclu que les cycles limites obtenus étaient nécessairement 4 sommets symétriques. Ils donnaient une phase de π entre les signaux de commande. Cette démarche n'était pas viable puisqu'elle ne pouvait justifier l'installation de cycles non-symétriques. Nous avons donc été amené à faire une étude numérique de la fonction $\mathcal{F}$.

6.1.5. Étude numérique de la fonction $\mathcal{F}$

Afin de pouvoir étudier la fonction $\mathcal{F}$, nous faisons varier $V_1(0)$ dans l'intervalle I. Puis nous représenterons la fonction $\mathcal{G}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{G} : I &\longrightarrow I \\ V_1(0) &\longmapsto \mathcal{F}(V_1(0)) - V_1(0) \end{aligned} \quad [19]$$

La solution de l'équation $\mathcal{G}(x) = 0$, nous donne la position du point fixe dans l'intervalle I. Le tracé de cette fonction nous indique de plus si la solution trouvée est stable ou instable suivant l'allure de sa représentation graphique (cf figure 14).

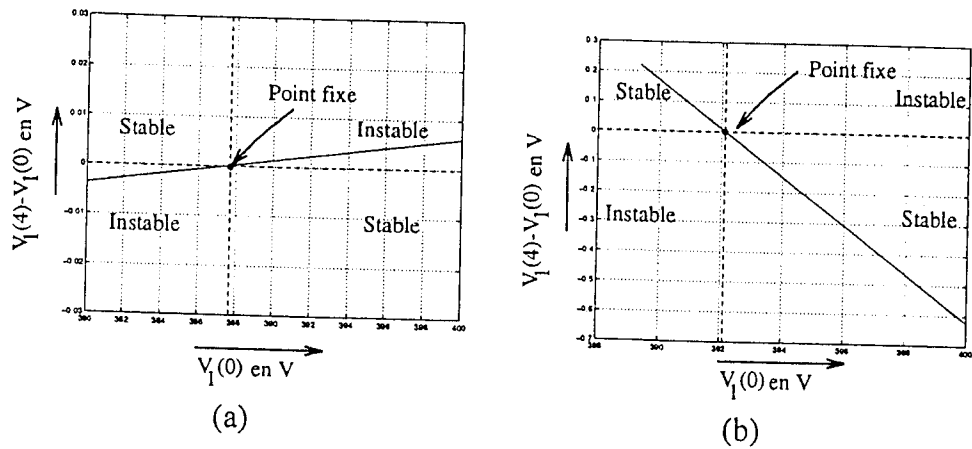


Figure 14. $\mathcal{G}$ sur I : (a) $\alpha = 0.375, \varepsilon = 0.8 A$ et (b) $\alpha = 0.75, \varepsilon = 0.8 A$

Nous remarquons ainsi que pour des valeurs faibles de ε le point fixe obtenu était toujours instable (resp. stable) si α était inférieur à 0,5 (resp α supérieur à 0,5).

REMARQUE.- La figure 14.a, nous montre que la fonction $\mathcal{G}$ est d'amplitude faible sur I (l'échelle en ordonnée est dix fois plus petite que sur la figure 14.b). Cela peut justifier l'impossibilité d'étudier l'installation des cycles limites en effectuant l'approximation au premier ordre des régimes de charge et de décharge. Nous pouvons aussi voir sur cette même figure que l'instabilité de ces cycles est faible (la pente de la fonction $\mathcal{G}$ étant très petite).

Il ne nous reste plus qu'à vérifier que les points fixes stables obtenus pour $\alpha > 0,5$, nous donnent bien des cycles limites symétriques *i.e.* une phase entre les signaux de commande de π . Pour cela, il nous suffit d'étudier la fonction $\mathcal{H}$ telle que :

$$\begin{aligned} \mathcal{H} : \quad I &\longrightarrow I \\ V_1(0) &\longmapsto \mathcal{G}(V_1(0)) - \mathcal{M}(V_1(0)) \end{aligned} \quad [20]$$

Avec :

$$\begin{aligned} \mathcal{M} : \quad I &\longrightarrow I \\ V_1(0) &\longmapsto \mathcal{M}(V_1(0)) = \frac{V_1(0) + V_1(1)}{2} - \frac{E}{2} \end{aligned} \quad [21]$$

Les solutions de $\mathcal{M}(x) = 0$ sont les points A tels que C est son symétrique par rapport à $V_1 = \frac{E}{2}$. La fonction $\mathcal{H}$, nous permet de vérifier si les points fixes obtenus sont solutions de $\mathcal{M}(x) = 0$, c'est-à-dire que le cycle est symétrique par rapport à $\frac{E}{2}$.

Nous notons V_p les tensions des points fixes. La représentation des solutions de $\mathcal{G}(V_p) = 0$, est tracée sur le figure 15. Nous avons vérifié que tous les points fixes stables correspondent à un cycle symétrique ; l'erreur maximum trouvée est de 10^{-9} % *i.e.* :

$$\forall x_0 \in J = \{x \in | \mathcal{G}(x) = 0\} \quad \mathcal{H}(x_0) < 10^{-11} \text{ V}$$

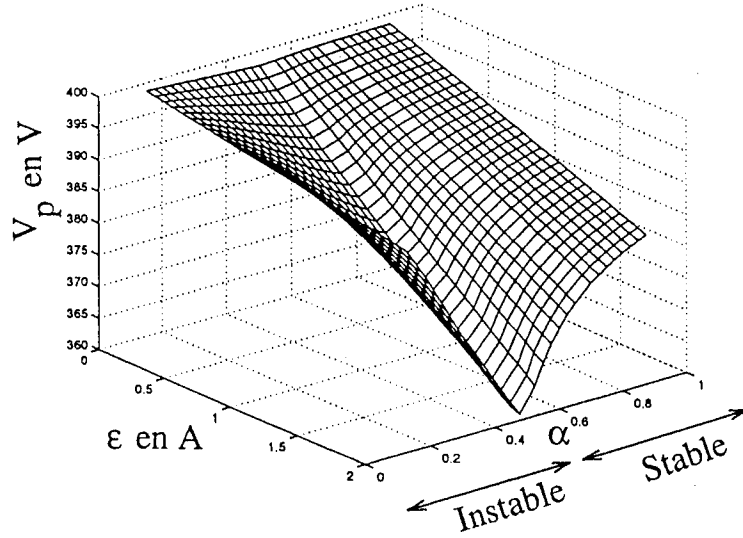


Figure 15. Tension du point fixe en fonction de ϵ et α ,

6.1.6. Conclusion

Cette commande donne une phase de π entre u_1 et u_2 pour des rapports cycliques uniquement supérieurs à 0,5 ($\alpha > 0,5 \implies$ phase de π). Pour une rapport cyclique inférieur à 0,5, les cycles limites ne seront pas de la famille de ceux de la figure 4.

REMARQUE.- L'allure de $\mathcal{F}$ varie fortement suivant la valeur de ϵ . On peut suivant ϵ obtenir une fonction donnant plusieurs points fixes, stables ou instables. L'instabilité des points ne traduit pas une instabilité du système mais l'instabilité des cycles souhaités.

7. Définition d'une nouvelle loi de commande

Comme, nous l'avons vu précédemment la loi de commande synthétisée ne permet pas d'obtenir un régime statique optimal. Nous allons donc, dans cette partie, proposer une modification de la loi en régime permanent de façon à stabiliser la phase entre les signaux de commande.

7.1. Principe de la commande en régime permanent

Comme nous le montrerons dans la suite, une modification de l'aire limite de fonctionnement suffit à obtenir une stabilisation de la phase. Nous utiliserons en régime transitoire les lois définies précédemment.

Nous avons testé sur ce convertisseur différents types d'aire pour le cycle limite. Nous avons ainsi mis à jour un nouveau motif de commande cf figure 16.

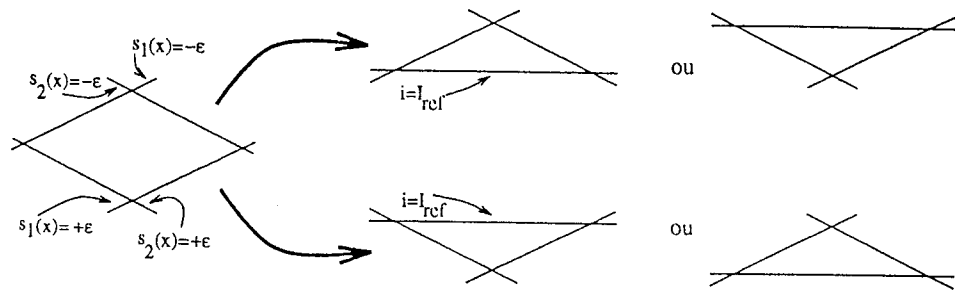


Figure 16. Modification de l'aire de fonctionnement en régime permanent

Nous avons choisi de modifier la position de deux droites limites. La figure 17 présente les modifications effectuées et les notations prises :

- Δ_{i+} (resp. Δ_{i-}) la droite d'équation $s_i = \varepsilon$ (resp. $s_i = -\varepsilon$),
- Φ la droite d'équation $i = I_{ref}$.

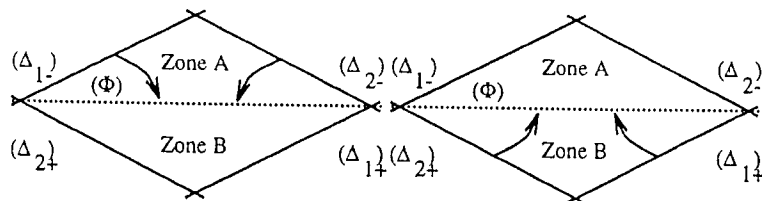


Figure 17. Principe de commande en régime permanent

Nous n'utiliserons donc plus en régime permanent une aire limite en losange mais un triangle isocèle. Les commutations se feront maintenant sur la droite $i = I_{ref}$, à l'aide du signe de l'erreur de tension $\Delta v_1 = v_1 - \frac{E}{2}$. Le choix du triangle se fera, comme nous le montrerons dans la suite, à l'aide des niveaux de tension de sortie du bras.

Nous avons maintenant à choisir de prendre soit le triangle supérieur, soit le triangle inférieur suivant le point de fonctionnement. Étudions si l'on peut obtenir le cycle limite souhaité pour tous les points de fonctionnement en prenant soit le triangle où $i > I_{ref}$, soit celui où $i < I_{ref}$.

Contrairement au cas précédent, nous pourrions en effectuant une approximation linéaire étudier la stabilisation des cycles limites. Pour cela, nous approcherons au premier ordre les courbes de charge et de décharge de la capacité C (pour ε petit).

Nous poserons :

— $p_1 = \frac{2I_{ref}}{E}$, pente absolue des droites de commutation

— $p_2 = \frac{\partial i}{\partial v_1}$, tangente à l'origine des régimes libres.

En reprenant les notations de la partie précédente, nous pouvons calculer la pente de la fonction $\mathcal{F}$ suivant le rapport cyclique (cf la figure 18).

	Si $\alpha < 0,5$	Si $\alpha > 0,5$
Zone A	$\frac{p_2^2}{(p_1+p_2)^2} < 1 \Rightarrow$ stable	$\frac{(p_1+p_2)^2}{p_2^2} > 1 \Rightarrow$ instable
Zone B	$\frac{(p_1+p_2)^2}{p_2^2} > 1 \Rightarrow$ instable	$\frac{p_2^2}{(p_1+p_2)^2} < 1 \Rightarrow$ stable

Figure 18. Pente de la fonction $\mathcal{F}$ en fonction de α

Cette propriété de convergence peut facilement être démontrée graphiquement comme l'indique la figure 19 (en considérant toutefois que la pente p_2 est constante sur toute l'aire du cycle limite).

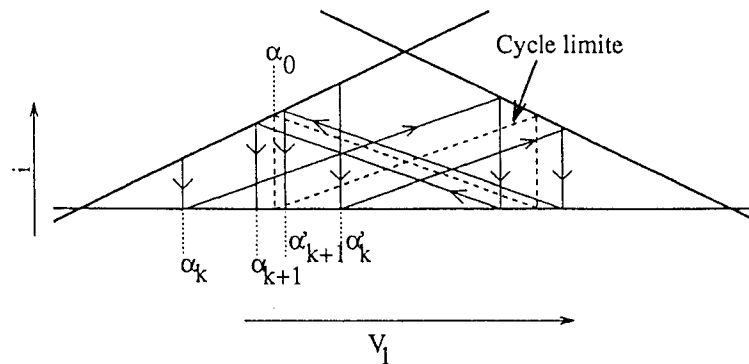


Figure 19. Convergence vers un cycle limite : $\alpha_k - \alpha_0 < \alpha_{k+1} - \alpha_0$ et $\alpha'_k - \alpha_0 < \alpha'_{k+1} - \alpha_0$

7.1.1. Conclusion

Comme nous le montre le tableau 18, le choix de la zone limite A ou B dépend du rapport cyclique, nous prendrons donc :

— Si $\alpha < 0,5$ la zone A,

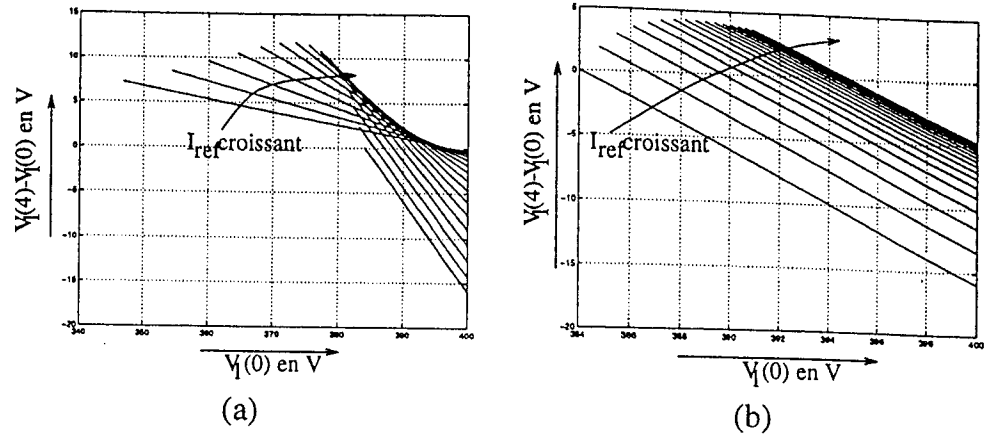


Figure 20. Fonction $\mathcal{F}(x) - x$ pour : (a) $\alpha < 0,5$, (b) $\alpha > 0,5$

— Si $\alpha > 0,5$ la zone B.

En pratique pour déterminer le choix de la zone A ou B, nous utiliserons la détection des niveaux de tension en sortie : si v_b prend un niveau E c'est que $\alpha > 0,5$, si v_b prend un niveau 0 c'est que $\alpha < 0,5$.

7.2. Étude des cycles limites

Nous avons utilisé une méthode numérique de calcul des points fixes. Nous avons pu, grâce aux simulations de la figure 20, obtenir l'ensemble des positions des points fixes comme le montre la figure 21.

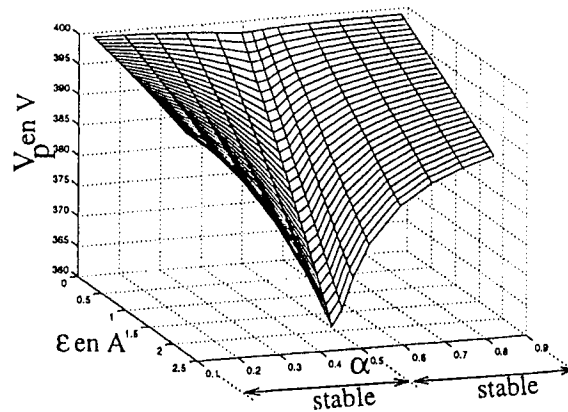


Figure 21. Position des points fixes en fonction de α et de ϵ

Nous nous sommes assurés que la position des cycles limites (valeur de la tension $V_1(0)$) correspond bien au fonctionnement avec une phase de π avec une erreur faible (de l'ordre de 10^{-9} % de v_1).

Les constantes de temps sont calculées en se plaçant dans le cas le plus défavorable (avec une condition initiale $v_1(0)$ au plus loin de la position d'équilibre) et en utilisant

la méthode ci-dessous.

Notons $(\alpha)_{k \in N}$ la suite liant les tensions $V_1(0)$ et $V_1(4)$ cf figure 19.

Comme la fonction de transformation $\mathcal{F}$ est quasiment linéaire sur I cf figure 20 (de pente constante), nous pouvons écrire que :

$$\alpha_{k+1} = a \alpha_k + b \text{ avec } a = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial V_1(0)} \quad [22]$$

Considérons le système du premier ordre échantillonné donné par la suite α (la période d'échantillonnage étant la durée nécessaire pour passer de α_k à α_{k+1}). Calculons la constante de temps du modèle continu équivalent :

$$\tau = -T_e \ln(a) \quad [23]$$

Nous pouvons donc à l'aide de la figure 20 calculer la pente de $\mathcal{F}$ dans le cas le plus défavorable. Nous déduisons alors la constante d'installation en fonction du courant de référence pour ε fixé (cf figure 22).

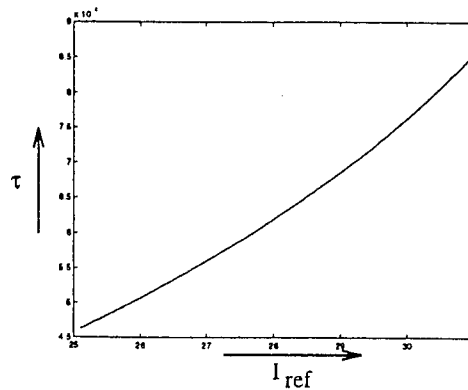


Figure 22. Constante de temps en fonction du courant pour $\varepsilon = 0.8 A$

En conclusion, nous pouvons donc dire que toute cycle limite obtenu par cette loi de commande sera symétrique à 4 sommets de la famille que ceux de la figure 4.

7.3. Hacheur commandé

Nous avons utilisé la même série d'échelons que dans la partie 6. La figure 23 nous montre que les cycles sont toujours symétriques. La phase entre les signaux de commande sera donc toujours de π .

Les performances en régime transitoire sont ici aussi très bonnes. La tension et le courant sont asservis en moins de 2ms. La tension v_1 ne possède plus d'erreur statique (cf figure 24). L'erreur statique sur le courant est de l'ordre de la moitié de la largeur de l'hystérésis (cf figure 25).

Une variation de 50 % de la charge ne génère aucune perturbation, ce qui illustre la grande «robustesse» de ces lois de commande. Comme, nous pouvons le voir sur la figure 26, la fréquence de la tension v_b est doublée. Les formes d'ondes en sortie

seront donc bien optimales.

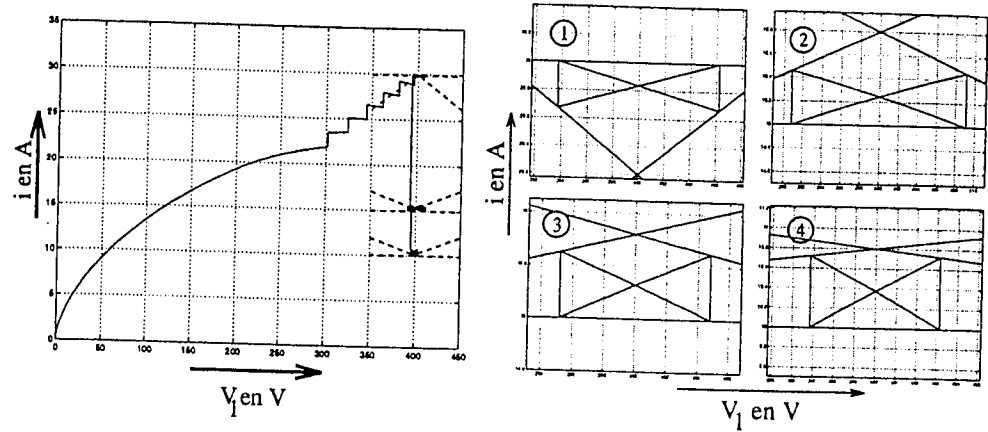


Figure 23. Plan de phase du système avec la nouvelle commande

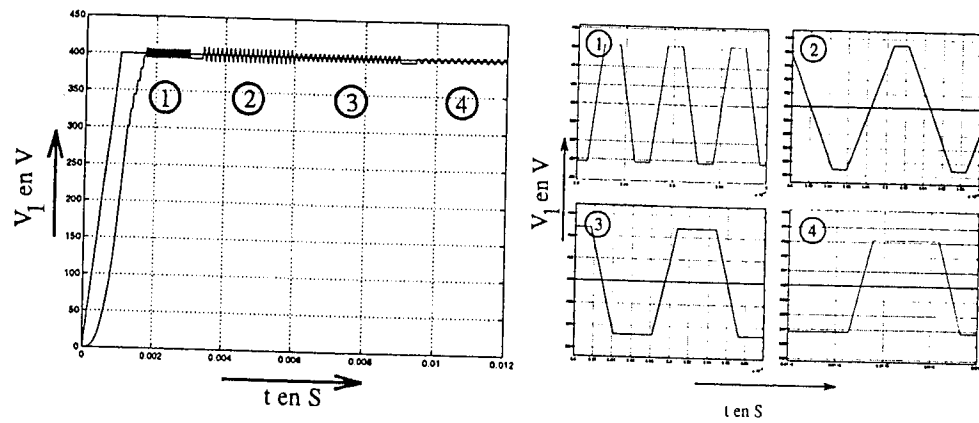


Figure 24. Tension v_1 et sa référence en V en fonction du temps

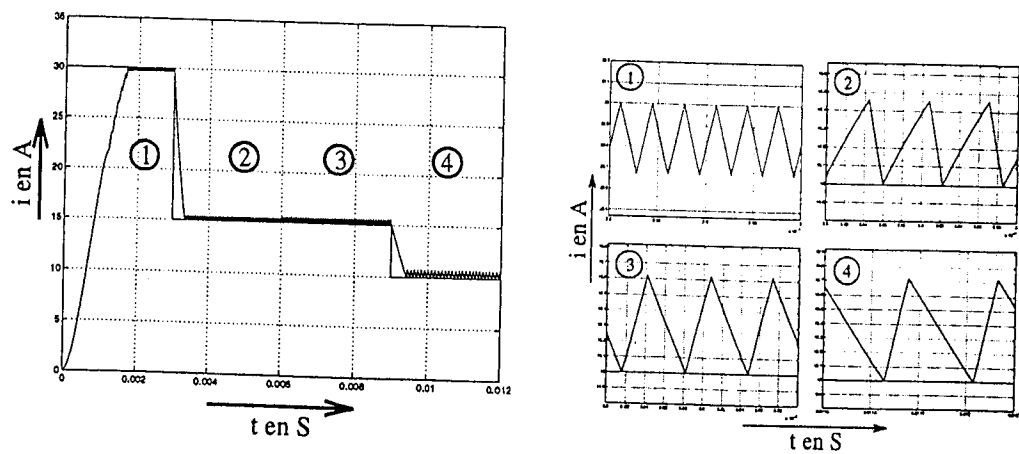


Figure 25. Courant i et sa référence en A en fonction du temps

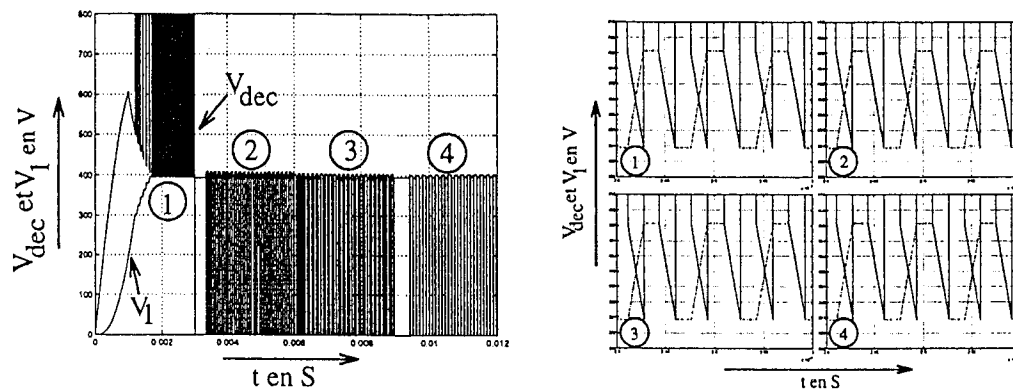


Figure 26. Tension de sortie du hacheur et tension v_1 en V en fonction du temps

8. Conclusion

Nous avons vu que l'application directe de lois de commande du type mode glissant permet d'obtenir des résultats en transitoire très intéressants. Cependant, ces lois ne permettent pas naturellement d'obtenir une stabilisation du déphasage entre les différents signaux de commande sur toute la plage de fonctionnement du convertisseur.

Une étude des points fixes nous a permis de modifier la loi de commande afin d'obtenir en régime permanent une phase de π entre les signaux de commande. Les simulations présentées nous ont permis d'illustrer les performances de ces lois de commande aussi bien en transitoire, que vis à vis de variations de la résistance de charge.

Bibliographie

- [SLO 90] J.J.E.SLOTINE and W.LI, *Applied non linear Control*, ed. Prentice Hall, 1990.
- [BUH 86] H.BUHLER, *Réglage par mode de glissement*, ed. Presses Polytechniques romandes, 1986.
- [NIJ 92] H. NIJMEIJER, A. J. VAN DER SCHAFT, *Non linear Dynamical Control Systems*, ed. Springer Verlag, 1992.
- [MIR 89] C.MIRA, *Systèmes asservis non linéaires*, ed. Hermès, 1990.
- [UTK 78] V. I. UTKIN, *Sliding modes and their application in Variable Structure System*, ed. M. I. R. Publisher, 1978.
- [CAR 97] P.CARRÈRE, Etude et réalisation des convertisseurs multicellulaires à IGBT - Equilibrage des condensateur flottants, Thèse de doctorat, I.N.P. Toulouse, 1997.
- [GAT 97] G.GATEAU, Contribution à la commande des convertisseurs statiques multicellulaires série - Commande non-linéaire et commande floue, Thèse de doctorat, I.N.P. Toulouse, 1997.

- [NIC 96] B.NICOLAS Contribution à la commande des convertisseurs statiques, Thèse de doctorat, I.N.P. Toulouse, 1996.
- [AND 96] M.ANDREAS PURWOADI, Réglage non-linéaire du variateur de vitesse asynchrone sans capteur mécanique, Thèse de doctorat, I.N.P. Toulouse, 1996.
- [SAB 90] N.BEHLIOVIC and A.SABANOVIC, Variable Structure System Application for Power Switching Conversion, *Proceeding P.C.I.M.*, p 741-750, 1990.
- [MEY 98] T.MEYNARD, Performances dynamiques des convertisseurs multiniveaux, revue internationale de génie électrique, Volume 1 - N° 1/1998, pages 37-52.
- [VEN 85] R.VENKATARAMANAN, A.SABONOVIC and S.CUK, Sliding Mode Control of DC-DC Converters, *Proceeding I.E.C.O.N.*, p 251-258, 1985.
- [SIR 87] H.SIRA-RAMIREZ, Sliding Motions in bilinear Switched Networks, *I.E.E.E. Trans. on Circuits and Systems*, Vol C.A.S. -34, p 919-933, 1987.
- [SIR 88] H.SIRA-RAMIREZ, Differential Geometric Methods in Variable-Structure Control, *International Journal of Control*, p 1359-1390, 1988.

Dominique Pinon est ancien élève de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan. Il prépare une thèse de doctorat de l'Institut Polytechnique de Toulouse, et travaille au Laboratoire d'électrotechnique et d'électronique de Toulouse.

Maurice Fadel est diplômé de l'Institut Polytechnique de Toulouse avec un doctorat de génie électrique obtenu en 1988. Il est actuellement maître de conférence à l'ENSEEIH dans le département électrotechnique-automatique. Depuis 1985, il effectue sa recherche au LEEI et ses travaux couvrent le domaine de la commande des actionneurs synchrone et portent également sur la modélisation et la commande des convertisseurs statiques.

Thierry Meynard a reçu le titre de docteur de l'Institut Polytechnique de Toulouse en octobre 1988. Il a ensuite été chercheur invité à l'université du Québec à Trois Rivières de décembre 1988 à mars 1990. Depuis, il est chargé de recherches au CNRS affecté au LEEI-ENSEEIH et travaille sur la modélisation des composants et les convertisseurs multicellulaires. En septembre 1994, il a pris la direction du groupe Convertisseur statique.