



HAL
open science

Equilibrage des tensions dans les convertisseurs statiques multicellulaires série : modélisation

Maurice Fadel, Thierry Meynard

► **To cite this version:**

Maurice Fadel, Thierry Meynard. Equilibrage des tensions dans les convertisseurs statiques multicellulaires série : modélisation. EPF'96, Électronique de Puissance du Futur, Dec 1996, Grenoble, France. hal-03537843

HAL Id: hal-03537843

<https://ut3-toulouseinp.hal.science/hal-03537843>

Submitted on 20 Jan 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Equilibrage des tensions dans les convertisseurs statiques multicellulaires série: Modélisation

M. FADEL, T.A. MEYNARD

Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle - Unité Propre de Recherche de l'Enseignement Supérieur Associée au CNRS n°5004 - 2, rue Charles Camichel BP 7122 31071 Toulouse Cedex 7

Résumé: Le bon fonctionnement d'un convertisseur statique multicellulaire série est conditionné par la stabilité des tensions condensateurs. Cet équilibrage est obtenu de manière naturelle dès lors que la charge connectée au convertisseurs se présente sous la forme d'une impédance de valeur finie. Cependant la dynamique d'équilibrage est fortement variable et ne peut être représentée par un modèle établie au sens des valeurs moyennes. L'objet de ce travail consiste à développer un modèle de type harmonique permettant de caractériser ce rééquilibrage.

I INTRODUCTION

D'une manière générale la modélisation en vue de la commande des convertisseurs statiques présente une difficulté majeure lié au fait que ces dispositifs résultent d'un assemblage d'éléments continus (inductance, capacité) et d'éléments discrets (transistors, diodes ..). Bien sûr c'est au sens d'un modèle macroscopique que l'interrupteur possède ce caractère binaire. Par ailleurs lors de son fonctionnement le convertisseur présente une topologie variable à caractère périodique. Ces remarques nous permettent d'envisager la mise à jour de modèles soit de type continu soit de type discret.

Pour cette première catégorie il existe une méthodologie simple, lorsque les grandeurs continues peuvent être représentées par leur valeur moyenne sur une période de fonctionnement. Ceci est en général le cas, notamment pour les convertisseurs à MLI, qui présentent un filtre de sortie dimensionné afin de réduire les ondulations résiduelles. Cette approche a donné lieu à différentes méthodes de modélisation (circuit moyen équivalent, moyenne dans l'espace d'état ...)[1].

La deuxième catégorie n'exige aucune restriction, mais le modèle généré est souvent complexe et son utilisation en commande s'avère délicate. La linéarisation autour d'un point de fonctionnement, bien que fastidieuse, conduit à des applications intéressantes[2], [3].

L'obtention d'un modèle peut également être envisagée par le biais d'une décomposition harmonique des grandeurs d'état, ceci conduit à un modèle continu représentant le convertisseur au sens du premier harmonique [4].

L'utilisation des convertisseurs statiques dans des domaines de puissance sans cesse croissante à donné lieu à des associations particulières de cellules de commutations permettant d'obtenir des caractéristiques de tenue en courant et en tension améliorées, c'est le cas des convertisseurs multiniveaux. Les exigences relatives au bon contrôle de ces structures passe nécessairement par une étape de modélisation dont le

principe se doit d'être intimement lié à la topologie de ces nouvelles associations. Une particularité de ces convertisseurs réside dans le fait que ce sont les harmoniques de courant qui, bien que d'amplitudes très faible devant la valeur moyenne, régissent l'évolution de l'état du convertisseur. En effet la circulation de ces courants harmoniques assure l'équilibrage naturel des tensions aux bornes des semi-conducteurs. Devant cet état de fait il apparait clairement que les modèles au sens des valeurs moyennes sont à proscrire et qu'il y a lieu de développer des modèles prenant en considération les harmoniques de courant.

Cette approche peut être menée à bien en choisissant une configuration quelconque du convertisseur et en remplaçant les interrupteurs fermés par des sources de courant intégrant les harmoniques et les interrupteurs ouverts par des sources de tensions représentant également les différentes harmoniques.

II RAPPELS SUR LES CONVERTISSEURS MULTINIVEAUX A CELLULES IMBRIQUEES

II-1 Topologie

La structure de base des convertisseurs multiniveaux à cellules imbriquées est rappelée sur la Fig. 1. Même si en pratique, des temps mort devront être prévus, les interrupteurs associés par paire doivent être dans un état complémentaire. A partir de ce schéma, on peut réaliser tous les types de conversion (DC/DC, DC/AC, AC/AC). Les cellules de commutation imbriquées constituent donc une généralisation de la notion traditionnelle de cellule de commutation qui correspond au cas particulier $p=1$.

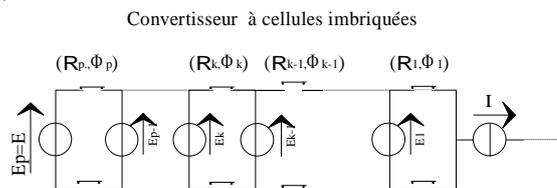


Figure 1

II-2 Contraintes en tension:

L'intérêt principal de cette structure réside dans le fait que les sources intermédiaires permettent de maîtriser la répartition des tensions aux bornes des interrupteurs bloqués. En effet la loi des mailles appliquée à chaque paire d'interrupteurs permet de montrer que:

$$(V_{tr_k})_{off} = E_k - E_{k-1} \text{ pour } k = 1, \dots, p \text{ (avec } E_0=0) \quad (1)$$

Cette structure devient donc particulièrement intéressante dans le cas où les contraintes sont également réparties entre les différents interrupteurs, c'est à dire:

$$E_k = k.E/p \quad (k=0, \dots, p) \Rightarrow (V_{tr_k})_{off} = (k.E/p) - (k-1).E/p = E/p$$

Ces conditions sont présentes lorsque les rapports cycliques sont identiques et que le déphasage des différentes cellules vaut $2*\pi / p$.

III STABILITE DE LA REPARTITION DES TENSIONS CONDENSATEURS.

III-1 Position du problème

La survie du convertisseur dépendant de la répartition des tensions interrupteurs, il ne suffit pas de vérifier que le fonctionnement décrit ci-dessus est viable. Il faut également s'assurer de sa stabilité, c'est à dire déterminer si le système est capable de rétablir l'équilibre à partir d'un état légèrement (ou fortement?) différent. A ce stade de l'étude, nous pouvons tout juste remarquer que les raisonnements énoncés ci-dessus aboutissent à la conclusion suivante:

==> si les rapports cycliques sont égaux et la source de courant rigoureusement continue, chaque condensateur est parcouru par un courant de valeur moyenne nulle sur la période de découpage et sa tension en fin de période est identique à celle en début de période.

Tout raisonnement basé sur la composante continue du courant (ou valeur moyenne du courant sur une période de découpage) aboutira à cette conclusion. Pour tenir compte d'un courant harmonique une étude plus complexe est nécessaire, ceci fait l'objet du présent travail.

III-2 Différentes approches du problème:

Le problème a d'abord été traité par simulation et nous avons constaté que pour toutes les configurations initiales testées, le système convergeait vers une répartition équilibrée des tensions interrupteurs. Cependant des différences de comportement ont été relevées, selon les paramètres du circuit bien sûr (valeurs des inductances, des condensateurs, de la résistance de charge), mais aussi selon les conditions initiales et selon le rapport cyclique.

Des prototypes ont également été testés, et malgré les différentes imperfections liées à la réalisation pratique, nous avons toujours obtenu une répartition quasi-équilibrée (erreur inférieure à 5%).

Enfin, une étude de type circuit a permis de démontrer que la stabilité du système était acquise dès lors que la source de courant était non idéale (impédance finie).

Cependant, à part dans le cas particulier où $p=2$, les constantes de temps liés au rééquilibrage n'ont pas pu être identifiées.

Le but de cet article est le développement d'un modèle permettant de représenter le rééquilibrage dans le cas général.

IV MODELISATION:

Les différentes approches décrites ci-dessus nous ont amené à penser que le rééquilibrage naturel était lié aux harmoniques du courant de charge, et non à sa valeur moyenne. Nous allons donc développer un modèle prenant en compte ces harmoniques.

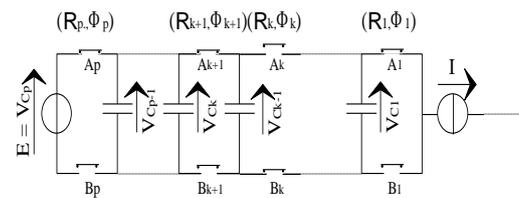


Figure 2

La figure 2 représente la structure d'un convertisseur multiveaux composé de p cellules dont l'étude peut être ramenée au circuit équivalent (figure 3). Ce circuit est obtenu en remplaçant pour une configuration quelconque de fonctionnement, par exemple tout les interrupteurs de la rangée inférieure ouverts, les interrupteurs fermés par des sources de courants représentant les harmoniques de courant et les interrupteurs ouverts par des sources de tensions représentant les harmoniques de tensions.

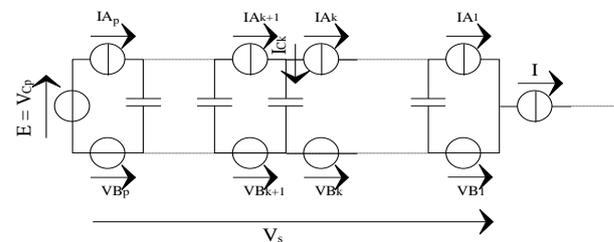


Figure 3 - Modèle de type circuit équivalent

IV -1 Hypothèses:

Les hypothèses nécessaires à la mise en équation sont les suivantes:

- Les interrupteurs sont idéalisés (tension de saturation, courant de fuite et temps de commutation nuls)
- Les interrupteurs étant parfaits, les temps morts sont supposés nuls.
- Les condensateurs flottants sont dimensionnés pour limiter les variations de la tension appliquée à chaque cellule; ces tensions seront supposées constantes sur une période de commutation. De même, les variations de la source E seront supposées lentes vis à vis de la fréquence de commutation.
- Le courant dans la charge est supposé établi et constant.

- La charge possède une constante de temps rapide devant la période de découpage ce qui traduit l'existence d'une impédance de charge faible à la fréquence de découpage par rapport à l'impédance nominale.

IV - 2 Principe du calcul

La modélisation présentée en annexe est effectuée selon la procédure suivante, en considérant les harmoniques de la fréquence de découpage à r fois la fréquence de découpage:

- le système étant dans un état donné ($X_k = Vc_k, k=1, \dots, p-1$) et alimenté par une tension E, la connaissance des signaux de commande sur une période de découpage complète (R_k et $\Phi_k, k=1, \dots, p$) permet de déterminer la phase et l'amplitude des harmoniques des tensions aux bornes des interrupteurs Bk ($V_{Bk}^n, ; k=1, \dots, p ; n=1, \dots, r$)
- la tension de sortie est la somme des tensions aux bornes des interrupteurs Bk et on obtient donc facilement les harmoniques de V_s ($V_s^1, V_s^2, \dots, V_s^r$ complexes),
- en fonction des caractéristiques de la charge (Z, complexe), ces harmoniques de tension donnent naissance à des harmoniques de courant (I^1, \dots, I^r , complexes),
- le courant moyen dans chaque transistor ($IA_k, k=1, \dots, p$) peut être calculé en fonction du déphasage de sa commande par rapport au courant de charge,
- le courant moyen dans chaque condensateur est la différence des courants moyens dans les deux interrupteurs qui l'entourent,
- en tenant compte des valeurs des condensateurs ($C_k, k=1, \dots, p-1$), la variation moyenne de chaque tension condensateur ($dX_k, k=1, \dots, p-1$) peut alors être déduite.

L'utilisation de cette procédure nous conduit à un modèle de représentation de la forme :

$$\dot{V}c_k = A(\mathfrak{R}_k)Vc_k + B(\mathfrak{R}_k)E \quad \text{pour } k=1, \dots, p-1 \quad (3)$$

V VALIDATION DU MODELE

Le modèle ainsi généré permet de connaître l'évolution des tensions condensateurs à partir de conditions initiales quelconques et pour une combinaison de rapport cyclique donnée. Nous proposons ci-après de valider ce modèle en utilisant un outil de simulation prenant en compte la structure du convertisseur. Cette validation se fera sur un convertisseur à 3 trois cellules fonctionnant en hacheur ou bien en onduleur (figure 4). Pour le cas de l'onduleur l'extrémité de la source sera connectée à un point milieu capacitif.

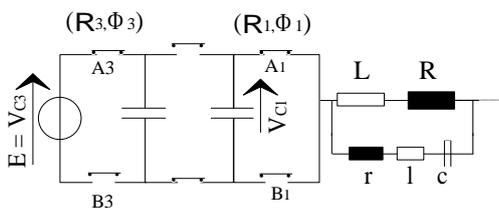


figure 4

$$E=2000v \quad C1=C2= 100 \mu f \quad R=10 \Omega \quad L=200 \mu H, \\ c=4.7 \mu f \quad l= 500 \mu H \quad r=10 \Omega$$

V-1 Comparaison avec des simulations SUCCESS

Le logiciel SUCCESS servira de référence pour notre comparaison et nous proposons d'évaluer la justesse et la précision du modèle pour différents cas de figures.

V-2 Démarrage avec rapports cycliques constants et tension d'entrée constante

Nous considérons ici un fonctionnement de type hacheur avec trois cellules de commutations. La figure 5 représente la charge des capacités lors d'une mise sous tension pour un rapport cyclique égale à 1/2.

Figure 5

Malgré une évolution rapide des tensions, ce qui est contraire à l'hypothèse 3 (cf. IV-1), cette figure met en évidence la bonne représentation par le modèle des tensions moyennes aux bornes des capacités.

Il convient cependant de faire remarquer que pour une configuration de type hacheur, les interrupteurs de la rangée inférieure sont des diodes introduisant ainsi une caractéristique dissymétrique du convertisseur. Cette unidirectionnalité en courant induit une tension toujours positive aux bornes des capacités, ce que le modèle ne peut rendre compte. Ainsi sous certaines conditions initiales il apparait une certaine divergence transitoire entre le modèle et l'expérience. Cette différence disparaît naturellement lorsque les interrupteurs deviennent bidirectionnels en courant.

V-3 Démarrage avec rapport cyclique variable

Ce type de fonctionnement est notamment généré par la fonction onduleur (figure 6), mais se présente également lors d'un échelon de rapport cyclique (figure 7).

figure 6

Dans les deux cas de figure nous pouvons constater la bonne prise en compte du phénomène par le modèle que ce soit pour une variation sinusoidale du rapport cyclique ou bien pour une variation en échelon.

figure 7

V-4 Démarrage avec tension d'entrée variable

En présence d'une tension d'entrée variable, générée lors d'une mise sous tension en présence d'un filtre d'entrée (figure 8) ou bien par l'apparition d'une perturbation (figure 9) le modèle assure une représentation fiable du comportement du convertisseur. Seules quelques différences apparaissent lorsque le transitoire débute. De nombreux essais ont montré que dans tous les cas de figure le modèle se superpose en quelques périodes de découpage à l'expérience.

figure 8

figure 9

Il convient de noter que le suivi en valeur moyenne des tensions capacitatives ne peut être réalisé avec efficacité que si l'on prend en compte des phénomènes rapides se produisant à l'intérieur d'une période de découpage. Ces phénomènes sont ici pris en compte par la décomposition harmonique en considérant plus ou moins d'harmoniques selon le cas.

Nous étudions ci-après l'influence du nombre d'harmoniques nécessaire à une bonne représentation des phénomènes. Le nombre d'harmoniques est lié au nombre de cellules considérées ainsi qu'à la constante de

temps de la charge . Cette dernière est à mettre en relation avec la période de découpage. Il est bien évident que plus le nombre d'harmoniques considérés est grand , meilleure est la représentation des tensions capacitatives . Cependant il existe un nombre au delà duquel l'amélioration est à peine perceptible. Différents essais ont montrés que plus la constante de temps , la plus rapide au niveau de l'impédance connectée, est faible devant la période de découpage, plus le nombre d'harmoniques considérées peu être réduit. Par ailleurs le nombre d'harmoniques à considérer doit augmenter avec le nombre de cellules présentes. Pour les structures étudiées constituées de p cellules la prise en compte de p harmoniques assure une représentation fiable du comportement du convertisseur.

Au rang des avantages que présente le modèle ainsi généré, figure toutes les possibilités d'analyse tant au niveau dynamique que statique. C'est aspect sera développé dans le paragraphe suivant. En outre l'utilisation d'un tel modèle implanté actuellement dans un environnement MATLAB permet de réaliser des simulations avec des temps de calcul nettement avantageux. A titre d'exemple pour une même configuration étudié avec le même calculateur le rapport du temps CPU est de l'ordre de 20.

VI UTILITE DU MODELE :

La mise en jour d'un modèle mathématique de représentation pour un convertisseur statique facilite l'analyse quantitative de son comportement. Malgré le caractère non-linéaire de ces convertisseurs, il devient simple d'extraire les caractéristiques essentielles qualifiant le régime statique et dynamique. Parmi les nombreuses utilisations liées à l'existence d'un tel modèle, notamment en termes d'analyse et de commande, nous citerons la détermination directe du régime permanent. Nous obtenons à partir de (3):

$$\dot{X} = 0 \Rightarrow Xp = -A(\mathfrak{R})^{-1} * B(\mathfrak{R}) \quad (4)$$

La connaissance de ces tensions d'équilibre par la voie d'une simultaion traditionnelle avec par exemple un logiciel de type SUCCESS devient longue et fastidieuse notamment si l'on désire en faire l'étude en fonction des différents rapports cycliques.

Une caractéristique importante traduisant la rapidité d'équilibrage des tensions capacitatives peut également être calculé par ce modèle de représentation. En effet la dynamique du dispositif est contenu dans la matrice A dite matrice dynamique. Le calcul des valeurs propres de cette matrice permet de caractériser les modes du système c'est à dire les constantes de temps.

$$[\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{p-1}] = \text{valp}(A(\mathfrak{R})) \text{ et } \tau_i = \left| \frac{1}{\omega_i} \right| \quad (5)$$

Les constantes de temps τ_1 ainsi déterminées nous renseignent sur la durée du transitoire et donc sur le temps de d'équilibrage des tensions capacitatives.

D'autre part pour un fonctionnement à rapport cyclique constant, il est simple de déterminer la matrice de transfert liant l'évolution des tensions capacitatives à la

valeur de la tension d'alimentation E. En effet la transformée de Laplace de l'équation (3) nous donne:

$$T(p) = \frac{V_{ci}(p)}{E(p)} = (pI - A(\mathcal{R}))^{-1} * B(\mathcal{R}) \quad (6)$$

L'analyse de ces transmittances permet de rassembler les deux résultats précédent et de positionner sur le plan fréquentiel les différentes pulsation de coupure.

CONCLUSION

La mise à jour d'un modèle mathématique représentant le comportement dynamique et statique d'un convertisseur multiniveaux ne peut être réalisé qu'en considérant des phénomènes rapides se déroulant à l'intérieur d'une période de découpage. Cette considération conduit à rejeter toute méthode de modélisation basée sur la représentation aux sens des valeurs moyennes. A cet effet, la méthode développée dans cet article utilise une décomposition harmonique du courant circulant dans les interrupteurs par le biais d'une source de courant équivalente. L'association de ces diverses sources conformément à la topologie du convertisseur étudié nous conduit à une équation d'état globale représentant l'évolution des tensions capacités. Cette relation prend en compte les différents rapports cycliques de chaque cellules et permet ainsi de représenter de manière fidèle le comportement du convertisseur. Au nombre des utilisations intéressantes de ce modèle nous avons noté la recherche du régime d'équilibre ainsi que l'extraction des constantes de temps. La linéarisation de ce modèle autour d'un point de fonctionnement fait également partie des procédures intéressantes qui permettront de définir des lois de commandes performantes.

ANNEXE: CALCUL DES MATRICES A ET B

Modèle prenant en compte l'harmonique de rang n

L'harmonique de rang n d'un signal carré prenant les valeurs 0 ou 1 (amplitude 1/2), de phase Φ et de rapport cyclique R est donné par:

$$H_n = \frac{2}{n \cdot \Pi} \cdot \sin(n \cdot \Pi \cdot R) \cdot e^{j \cdot n \cdot \Phi} \quad (\text{Eq. a.1})$$

La tension de sortie du bras à cellules imbriquées peut s'exprimer comme la somme des tensions aux bornes des interrupteurs de la rangée inférieure. De plus, l'interrupteur k impose une tension nulle à ses bornes lorsqu'il est passant et est soumis à la tension $V_{Ck} - V_{Ck-1}$ lorsqu'il est bloqué (valable pour $k=1, \dots, p$ à condition de définir $V_{C0}=0$ et $V_{Cp}=E$). Par conséquent, V_s^n , l'harmonique de rang n de la tension de sortie d'un bras à cellules imbriquées s'écrit: (Eq. a.2)

$$V_s^n = \sum_{k=1}^p \frac{2}{n \cdot \Pi} \cdot \sin(n \cdot \Pi \cdot R_k) \cdot (V_{Ck} - V_{Ck-1}) \cdot e^{j \cdot n \cdot \Phi_k}$$

En introduisant,

$$G_k^n = \frac{1}{n \cdot \Pi} \cdot \sin(n \cdot \Pi \cdot R_k) \cdot e^{j \cdot n \cdot \Phi_k} \quad (\text{Eq. a.3})$$

l'équation a.2 peut s'écrire sous forme matricielle suivante:

$$V_s^n = 2 \begin{bmatrix} G_1^n - G_2^n & \dots & G_{p-1}^n - G_p^n \end{bmatrix} \cdot \begin{matrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} \end{matrix} G_p^n E \quad (\text{Eq.a.4})$$

Le courant dans la charge peut alors s'exprimer en fonction de l'impédance à cette fréquence:

$$I^n = \frac{V_s^n}{Z^n} = |I^n| \cdot e^{j \cdot \Psi^n} \quad (\text{Eq.a.5})$$

Ce courant harmonique entraîne dans l'interrupteur A_k un courant qui dépend du rapport cyclique R_k et du déphasage $n \cdot \Phi_k - \Psi^n$ (fig. A.1).

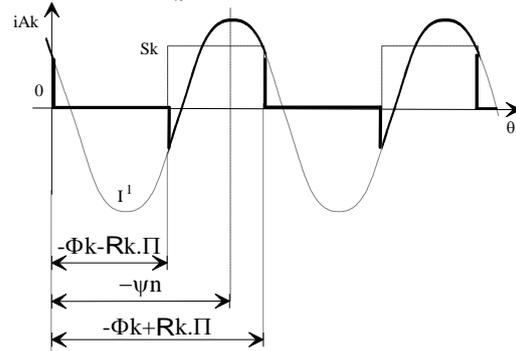


Figure A.1

La valeur moyenne du courant créé par l'harmonique de la source de courant s'exprime par: (Eq.a.6)

$$I_{Ak}^n = \frac{1}{2 \cdot \Pi} \cdot \int_{-\Phi_k - R_k \cdot \Pi}^{\Phi_k + R_k \cdot \Pi} |I^n| \cdot \cos(n \cdot \theta + \Psi^n) \cdot d\theta$$

$$= \frac{|I^n|}{2 \cdot n \cdot \Pi} \cdot (\sin(n \cdot (-\Phi_k + R_k \cdot \Pi) + \Psi^n) - \sin(n \cdot (-\Phi_k - R_k \cdot \Pi) + \Psi^n))$$

Ce qui donne: (Eq.a.7)

$$I_{Ak}^n = \frac{|I^n|}{n \cdot \Pi} \cdot \sin(n \cdot R_k \cdot \Pi) \cdot \cos(n \cdot \Phi_k - \Psi^n)$$

Cette quantité peut être obtenue sous la forme:

$$I_{Ak}^n = \text{Re} \left(\frac{1}{n \cdot \Pi} \cdot \sin(n \cdot R_k \cdot \Pi) \cdot e^{j \cdot n \cdot \Phi_k} \cdot |I^n| \cdot e^{j \cdot \Psi^n} \right) \quad (\text{Eq.a.8})$$

Et compte tenu de la grandeur G_k^n introduite plus haut (Eq. a.3), on a alors:

$$I_{Ak}^n = \text{Re}(\text{conj}(G_k^n) \cdot I^n) \quad (\text{Eq. a.9})$$

Sachant que :

$$\dot{V}_{Ck}^n = \frac{1}{C_k} I_{Ck}^n = \frac{1}{C_k} [I_{Ak+1}^n - I_{Ak}^n] \quad (\text{Eq. a.10})$$

On peut écrire sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} \end{bmatrix} \cdot \text{conj}(G_2^n - G_1^n) \quad \begin{matrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} \end{matrix} \quad (\text{Eq. 11})$$

A partir de Eq.a.11, a.5,a.4, on a alors :

$$[\dot{V}_{Ck}^n] = 2 \text{Re} \left(\begin{matrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} \end{matrix} \cdot \text{conj}(G_{k+1}^n - G_k^n) \cdot \begin{matrix} \text{---} \\ \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} \end{matrix} G_k^n - G_{k+1}^n \dots [V_{Ck}^n] + G_p^n E \right) \quad (\text{Eq. a.12})$$

V_{Ck} et E étant réels, on peut alors mettre le système sous la forme $\dot{V}_{Ck} = A \cdot V_{Ck} + B \cdot E$ en prenant:

$$A = 2Re \left(\left[\begin{array}{c} \vdots \\ \frac{1}{C_k} \cdot \text{conj}(G_{k+1}^n - G_k^n) \\ \vdots \end{array} \right] \cdot \frac{1}{Z^n} \cdot \left[\dots G_k^n - G_{k+1}^n \dots \right] \right) \quad (\text{Eq. a.13})$$

$$B = 2Re \left(\left[\begin{array}{c} \vdots \\ \frac{1}{C_k} \cdot (G_{k+1}^n - G_k^n) \\ \vdots \end{array} \right] \cdot \frac{1}{Z^n} \cdot G_p^n \right) \quad (\text{Eq. a.14})$$

Modèle prenant en compte les r premiers harmoniques

En tenant compte de plusieurs harmoniques, l'équation a.12 devient:

(Eq.a.15)

$$[V_{c_k}] = \sum_{n=1}^r 2Re \left(\left[\begin{array}{c} \vdots \\ \frac{1}{C_k} \cdot \text{conj}(G_{k+1}^n - G_k^n) \\ \vdots \end{array} \right] \cdot \frac{1}{Z^n} \cdot \left[\dots G_k^n - G_{k+1}^n \dots \right] \cdot [V_{c_k}] + G_p^n E \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A = -2Re \left(\left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{C_1} \text{conj}(G_1^r - G_2^r) & \dots & \frac{1}{C_1} \text{conj}(G_1^r - G_2^r) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{C_{p-1}} \text{conj}(G_{p-1}^r - G_p^r) & \dots & \frac{1}{C_{p-1}} \text{conj}(G_{p-1}^r - G_p^r) \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{Z^r} (G_1^r - G_2^r) & \dots & \frac{1}{Z^r} (G_{p-1}^r - G_p^r) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{Z^r} (G_1^r - G_2^r) & \dots & \frac{1}{Z^r} (G_{p-1}^r - G_p^r) \end{array} \right] \right) \\ B = -2Re \left(\left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{C_1} \text{conj}(G_1^r - G_2^r) & \dots & \frac{1}{C_1} \text{conj}(G_1^r - G_2^r) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{C_{p-1}} \text{conj}(G_{p-1}^r - G_p^r) & \dots & \frac{1}{C_{p-1}} \text{conj}(G_{p-1}^r - G_p^r) \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \frac{1}{Z^r} G_p^r \\ \vdots \\ \frac{1}{Z^r} G_p^r \end{array} \right] \right) \end{array} \right.$$

Finalement, on trouve:

$$\left\{ \begin{array}{l} A = -2Re \left(\left[\begin{array}{ccc} \sum_{n=1}^r \frac{(G_1^n - G_2^n)^2}{C_1 Z^n} & \dots & \sum_{n=1}^r \frac{(G_1^n - G_2^n)(G_{p-1}^n - G_p^n)}{C_1 Z^n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{n=1}^r \frac{(G_{p-1}^n - G_p^n)(G_1^n - G_2^n)}{C_{p-1} Z^n} & \dots & \sum_{n=1}^r \frac{(G_{p-1}^n - G_p^n)^2}{C_{p-1} Z^n} \end{array} \right] \right) \\ B = -2Re \left(\left[\begin{array}{c} \sum_{n=1}^r \frac{(G_1^n - G_2^n) G_p^n}{C_1 Z^n} \\ \vdots \\ \sum_{n=1}^r \frac{(G_{p-1}^n - G_p^n) G_p^n}{C_{p-1} Z^n} \end{array} \right] \right) \end{array} \right.$$

NOTATIONS

E : Valeur de la source de tension

r : Rang maximum des harmoniques pris en compte

i : Courant instantané dans la source de courant

I : Valeur moyenne sur une période de découpage de la source de courant

I^n $n=1, \dots, r$: Harmonique de rang n du courant de la source de courant (complexe)

Ψ^n $n=1, \dots, r$: Phase de l'harmonique de rang n de la source de courant

p : Nombre de cellules

C_k $k=1, \dots, p-1$: Capacité du condensateur de rang k

V_{c_k} $k=1, \dots, p-1$: Tension aux bornes de C_k (V_{c_0} : 0 et V_{c_p} : E)

Cel_k $k=1, \dots, p$: Cellule de rang k

A_k $k=1, \dots, p$: Interrupteur supérieur de la cellule de rang k

B_k $k=1, \dots, p$: Interrupteur inférieur de la cellule de rang k

R_k $k=1, \dots, p$: Rapport cyclique de l'interrupteur A_k

Φ_k $k=1, \dots, p$: Phase de la commande de l'interrupteur A_k

R : Dans le cas où $R_1 = \dots = R_k = \dots = R_p$, alors $R = R_1$

Φ : pour $\Phi_2 - \Phi_1 = \dots = \Phi_{k+1} - \Phi_k = \dots = \Phi_p - \Phi_{p-1}$, alors $\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$

v_s : Valeur instantané de la tension découpée

V_s : Valeur moyenne sur une période de découpage de la tension découpée

V_s^n $n=1, \dots, r$: Harmonique de rang n de la tension découpée

i_{A_k} $k=1, \dots, p$: Courant instantané dans l'interrupteur A_k

I_{A_k} $k=1, \dots, p$: Courant moyen sur une période de découpage dans l'interrupteur A_k

$I_{A_k}^n$ $k=1, \dots, p$: Courant moyen sur une période de découpage dans l'interrupteur A_k

$n=1, \dots, r$: créé par l'harmonique de rang n du courant i

v_{B_k} $k=1, \dots, p$: Tension instantanée aux bornes de l'interrupteur B_k

V_{B_k} $k=1, \dots, p$: Tension moyenne sur une période de découpage dans l'interrupteur B_k

$V_{B_k}^n$ $k=1, \dots, p$: Harmonique de rang n de la tension v_{B_k}

$n=1, \dots, r$

Z^n $n=1, \dots, r$: Impédance de la source de courant pour l'harmonique de rang n (complexe)

$X_k = V_{c_k}$ $k=1, \dots, p-1$: Variable d'état de rang k du système

dX_k $k=1, \dots, p-1$: Dérivée par rapport au temps de la variable d'état de rang k du système

G_k^n : grandeur intermédiaire de calcul

BIBLIOGRAPHIE :

[1] MIDDELBROOK R. D. et CUK S.

A general unified approach to modelling switching converter power stages IEEE PESC Record 1976 pp18-34

[2] VORPERIAN V and CUK :

Small signal analysis of resonant converter IEEE PESC Conference Record 1983 pp269-282

[3] COLLOMB ,FADEL, CHERON

Analysis of DC / DC series resonant Converter operating above natural frequency EPE 91 Firenze 91 Vol 4 pp 542- 547

[4] SANDERS S., NOWOROLSKI J., LIU X , VERGHESE G.

Generalized averaging method for power conversion circuits IEEE PESC Record 1990 pp333-340